



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553803_0015

OPTIMALE INVESTITIONS- UND STANDORTENTSCHEIDUNGEN
FÜR PRODUKTE MIT STARK VERÄNDERLICHER LEBENSKURVE

Inaugural - Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
einer Hohen Staatswirtschaftlichen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität
zu München

vorgelegt von
F r a n z S c h o b e r

1972



Referent: Prof. Dr. F. Hanssmann

Korreferent: Prof. Dr. E. Witte

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juli 1972

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der quantitativen Analyse von Investitions- und Standortentscheidungen mittels der Methodik der Unternehmensforschung. Es werden zwei spezifische Probleme aus der Produktion behandelt, die optimale Festlegung der maschinellen Ausstattung einer Fertigungslinie und die Zuweisung der Fertigung einzelner Produkte zum geeigneten Standort bei einer Wahlmöglichkeit zwischen mehreren Produktionsstätten. Dabei wird eine Produktion von Erzeugnissen mit stark veränderlicher Lebenskurve und spezialisierter Fertigungstechnik zugrunde gelegt.

Die Arbeit ist in vier Teile gegliedert. Teil I enthält eine Einführung in den Problemkreis und die Beschreibung des Beitrags dieser Arbeit dazu. Teil II geht auf den Aspekt der optimalen Investitions- und Produktionsplanung für eine Fertigungslinie ein. Teil III behandelt die Standortentscheidung. Teil IV gibt eine kurze Schlußbetrachtung. Anschließend findet der Leser ausgewählte Literaturhinweise und einen Anhang mit Detailergebnissen, deren Ausföhrung im Hauptteil der Arbeit zu weit geführt hätte.

An dieser Stelle möchte ich Herrn Professor Dr. F. Hanssmann, dem Direktor des Instituts für Unternehmens- und Verfahrensforschung an der Universität München, für die Förderung dieser Arbeit und die vielen Anregungen danken.

Franz Schober

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

I. EINLEITUNG

a) Beschreibung des Problemkreises	1
b) Organisatorische Eingliederung des Produktionsbereiches im Unternehmen und Dezentralisierung des Entscheidungsprozesses	3
c) Bemerkungen zum Begriff der Investition und der Investitionskriterien	5
d) Simultane Entscheidungsmodelle in der Literatur der Kapitaltheorie	7
e) Beitrag dieser Arbeit zum Problemkreis	10

II. ERMITTLUNG DER OPTIMALEN MASCHINELLEN

AUSSTATTUNG FÜR EINE FERTIGUNGSLINIE ÜBER DIE LEBENSDAUER EINES PRODUKTES

1. Entscheidungsmodell	12
a) Zielfunktion des Modells	14
b) Nebenbedingungen des Modells	17
c) Bemerkungen zum Modell	19
d) Minimierung der undiskontierten Kosten als Zielfunktion	20
e) Einige Bemerkungen zur Optimierung des Modells	20
2. Schätzung und Vorhersage der Modellparameter für ein Illustrationsbeispiel	26
a) Produktionsprogramm	28
b) Technische Parameter	32
c) Kostenparameter	39
3. Entwicklung eines angenäherten Lösungsalgorithmus und Anwendung auf das Illustrationsbeispiel	46
a) Lösung des Beispiels mit der Gemischt-ganzzahligen Programmierung	46
b) Optimierung bei separabler Kostenfunktion	50
c) Reduktion der kombinatorischen Vielfalt durch problemspezifische Überlegungen	54
d) Die Schnittverfahren I und II	58

e) Verbesserung der Lösung durch die sukzessive Approximation	60
f) Anwendung auf das Illustrationsbeispiel	62
g) Einige Bemerkungen zum Lösungsverfahren	72
4. Interpretation der Ergebnisse für das Illustrationsbeispiel	76
a) Ermittlung weiterer guter Lösungen aus dem Optimierungstableau	76
b) Der Beitrag der Ergebnisse zur dezentralen Entscheidungsfindung	84
c) Der Beitrag der Ergebnisse zu einer übergeordneten Bereichsplanung	88
III. OPTIMALE FESTLEGUNG DES STANDORTES FÜR DIE PRODUKTBEREICHE BEI MEHREREN PRODUKTIONSSTÄTTEN	91
5. Entscheidungsmodell	91
a) Beschreibung der Entscheidungssituation	91
b) Zielfunktion des Modells	94
c) Nebenbedingungen des Modells	99
d) Bewertung des Grades der technologischen Spezialisierung	100
e) Transformation in ein lineares Modell	105
6. Anwendung auf ein Illustrationsbeispiel	110
a) Problemstellung	110
b) Mittelbedarf der Produktbereiche	111
c) Kostenparameter	113
d) Technologische Verträglichkeit zwischen zwei Produktbereichen	116
e) Ermittlung und Interpretation der Ergebnisse	118
f) Einige abschließende Bemerkungen zum Modell und seiner Anwendung	122
IV. SCHLUSSBETRACHTUNG	124
LITERATURHINWEISE	126
ANHANG A: Modellformulierung für das Beispiel des Beschichtungsprozesses bei linearisierten Betriebskosten	130
ANHANG B: Grobes Blockdiagramm für die Programmierung der Schnittverfahren I und II und der sukzessiven Approximation	134
ANHANG C: Numerisches Beispiel für die Berechnung der Kosten in Tabelle 8, Kapitel 3f	138

	Seite
ANHANG D: Optimierung nach Schnittverfahren II	142
ANHANG E: Liste der besten Lösungen für jede Schätzung des Produktionsprogramms bei Schnittverfahren I und II	145
ANHANG F: Optimierungstableau für das Illustrations- beispiel der Standortzuweisung	151
ANHANG G: Zusammenfassung der Lösungen für das Illustrationsbeispiel der Standortzu- weisung	154
ANHANG H: Liste der Bezeichnungen	157

I. EINLEITUNG

a) Beschreibung des Problemkreises.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der praktischen Behandlung von Investitions- und Standortentscheidungen in der Produktion mittels der Methodik der Unternehmensforschung. Sie basiert zum großen Teil auf der Analyse konkreter Entscheidungssituationen in einem Unternehmen der Elektroindustrie. Es ist deshalb notwendig, zunächst die wesentlichen Eigenschaften des zugrundeliegenden Produktionsbereichs zu beschreiben:

- A) Die gefertigten Produkte unterscheiden sich stark bezüglich ihrer Fertigungstechnik, so daß in der Mehrzahl die Fertigung in spezifischen Einzwecklinien erfolgt. Entsprechend ist eine produktbezogene Organisationsform vorherrschend.
- B) Die Lebensdauer der Produkte ist kurz; technisch verbesserte Nachfolgeprodukte verdrängen schnell die gegenwärtigen Produkte. Die "Lebenskurve" der Produkte zeigt eine starke zeitliche Veränderung.
- C) Der gesamte Produktionsbereich besteht aus mehreren geographisch getrennten Produktionsstätten. Wegen der soeben erwähnten schnellen qualitativen und quantitativen Veränderungen der Einzelprodukte wird von Zeit zu Zeit die "Wirtschaftlichkeit" der augenblicklich bestehenden Zusammenfassung von Produkten innerhalb einer Produktionsstätte in Frage gestellt. Zu Korrektur dieser Situation werden Produktverlagerungen zwischen den Werken durchgeführt.

Zwei Aspekte sollen in dieser Arbeit untersucht werden, einmal die Frage nach der optimalen maschinellen Ausstattung einer einzelnen Fertigungslinie über die Lebensdauer eines Produktes, zum andern das skizzierte Problem der Standort-

zuweisung für die verschiedenen Produkte bei vorgegebener geographischer Lage und vorgegebener Gesamtgröße¹⁾ der Produktionsstätten.

Beim ersten Aspekt der Bestimmung der maschinellen Ausstattung handelt es sich um ein Problem der simultanen Investitions- und Produktionsplanung, falls wie angenommen der Einsatz technisch alternativer Aggregate möglich ist. Simultan zur Anlagenkombination muß die günstigste Aufteilung der Produktion auf diese Anlagen ermittelt werden. Dabei wird die wirtschaftliche Nutzungsmöglichkeit der installierten Anlagen wesentlich vom zeitlichen Verlauf der Lebenskurve des betreffenden Produkts beeinflusst.

Der Aspekt der Standortzuweisung führt zu einer generellen Neufestlegung der Produktionsaufgaben für die einzelnen Werke. Dabei spielt die ökonomische Bewertung des Vorteils, der sich aus der Zusammenfassung bestimmter Produkte ergibt, eine entscheidende Rolle. Neben den üblichen Transportbeziehungen soll vor allem der Spezialisierungseffekt untersucht werden, der durch die Zusammenfassung "technologisch verträglicher" Produkte erzielt werden kann. Die Beziehung zur Investitionsentscheidung tritt in zweifacher Hinsicht auf: Zum einen wird die gewählte Art der maschinellen Ausstattung der einzelnen Fertigungslinien und damit verbunden der Bedarf an Mitteln wie Personal, Fertigungsfläche, Finanzierungsmittel mitentscheiden, inwieweit die Zuweisung zu einer bestimmten Produktionsstätte zulässig ist, ohne daß globale Restriktionen verletzt werden; hier tritt ein Zusammenhang zwischen beiden Aspekten des Problemkreises zutage. Zum andern ist mit der Verlagerung von Produkten zwischen Produktionsstätten in der Regel ein Investitionsaufwand verbunden, wenn z. B. neue Versorgungs- oder Sicherheitseinrichtungen installiert werden müssen.

Es handelt sich damit in beiden Aspekten des Problemkreises um die Behandlung von Investitionsentscheidungen. Vom Standpunkt der Tragweite können sie als "strategische Entscheidungen"

1) Es sind obere und untere globale Begrenzungen des Mitteleinsatzes zu berücksichtigen, die sich aus der augenblicklichen Struktur der Werke und deren zeitlicher Veränderung ergeben.

bezeichnet werden, die nach Hanssmann (1968) durch ihre große Auswirkung als Ergebnis einer Einzelhandlung gekennzeichnet sind, im Gegensatz zu den "taktischen Entscheidungen", die erst durch ihren repetitiven Charakter an Bedeutung gewinnen. Wegen der aufgezeigten gegenseitigen Abhängigkeiten wäre es wünschenswert, beide Aspekte des Problemkomplexes in einem einzigen Entscheidungsmodell zusammenzufassen. Es soll jedoch statt dessen ein zweistufiger Lösungsweg eingeschlagen werden, wobei in der ersten Stufe die Maschinenausstattung der Fertigungslinie allein betrachtet wird und dabei eine Vorauswahl verschiedener "sinnvoller" Lösungsmöglichkeiten getroffen wird; diese Lösungsmöglichkeiten bilden die "Eingabe" in das zweite, hierarchisch höher liegende Modell der Standortzuweisung. Es handelt sich damit um einen Kompromiß zwischen der rein sukzessiven und der simultanen Bewältigung des Entscheidungsprozesses; denn die für den sukzessiven Entscheidungsprozeß charakteristischen Feedback-Informationen werden nur dann benötigt, wenn die Schar der an die nächsthöhere Stufe weitergegebenen "sinnvollen" Lösungen nicht ausreichen sollte. Andererseits wird durch die Aufteilung des Entscheidungsprozesses eine Reduktion der Dimension des Problems erzielt, die die rechnerische Durchführung ermöglicht. Auf die Forderung nach Simultanplanung und die damit verbundene Problematik soll im folgenden Abschnitt kurz eingegangen werden.

b) Organisatorische Eingliederung des Produktionsbereiches im Unternehmen und Dezentralisierung des Entscheidungsprozesses.

Der betrachtete Produktionsbereich fällt seine Entscheidungen nach dem Kriterium der Kostenwirtschaftlichkeit. Die Anforderungen des Absatzbereiches bezüglich der Art und Menge der zu fertigenden Produkte sind fest vorgegeben und können vom Produktionsbereich nicht beeinflußt werden. Ebenso sind Restriktionen aus dem Finanzbereich fest einzuhalten. Das Zielsystem des Produktionsbereiches führt deshalb zwangsläufig zu suboptimalen Entscheidungen, die einem dezentralisierten Entscheidungsprozeß entsprechen. Heinen schreibt dazu: " Die Frage nach der für Kostenentscheidungen relevanten Zielfunktion führt

zum Wirtschaftlichkeitsprinzip. Als betriebliche Leitmaxime ist es den Zielsetzungen der Betriebswirtschaften stets untergeordnet und gilt daher als Suboptimierungsprinzip. Wegen seiner Operationalität ist es als Entscheidungsmaxime für untergeordnete Instanzen geeignet." (1970, S. 537). Insofern wäre selbst eine einheitliche, simultane Optimierung des zur Aufgabe gestellten Investitions- und Standortproblems in einem einzigen Modell nur Teil eines sukzessiven Planungsprozesses innerhalb des gesamten Unternehmens. Vom theoretischen Standpunkt der Betriebswirtschaftslehre wäre deshalb das Konzept eines derartigen Entscheidungsmodells nur von begrenzter Aussage, vom Standpunkt der angewandten Betriebswirtschaftslehre ist eine derartige Betrachtung jedoch durchaus wertvoll: "Ein wesentliches Anliegen der angewandten Betriebswirtschaftslehre besteht darin, die optimale Festlegung betrieblicher Teilentscheidungen aufzuzeigen." (Heinen, 1970, S. 535). Es muß aber stets der mögliche Einfluß einer suboptimalen Teilentscheidung auf andere Unternehmensbereiche bei der Anwendung eines partiellen Entscheidungsmodells im Auge behalten werden: "A second source of difficulties and mistakes in defining inputs and outputs¹⁾ is the o r g a n i z a t i o n a l point of reference. Whenever we wish to define inputs and outputs, or costs and gains, we must ask the question, costs and gains to whom? Clearly, the point of reference must be some organization or organizational unit, normally represented by a manager or a decision maker. The danger is that the organizational base chosen will be too small. Clearly, the analyst has a tendency to limit the scope of a study in order to keep it manageable. Piecemeal analysis (s u b o p t i m i z a t i o n) is inevitable, but the analyst must strive to avoid its pitfalls. If the study is largely confined to a given area, attention must be given to both favorable and unfavorable effects of alternative decisions on o t h e r areas." (Hanssmann, 1968, S. 27). Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß für praktische Anwendungszwecke die organisatorische Struktur des Entscheidungsprozesses und damit verbunden die Delegation von Entscheidungsbefugnissen auf untergeordnete Teilbereiche des Unternehmens die Konzeption von Teil-

1) Zu den Begriffen "input" und "output" wird im nächsten Abschnitt Stellung genommen.

modellen notwendig und sinnvoll macht. Zur Kennzeichnung der Entscheidungsmaxime des betrachteten Produktionsbereiches wird im weiteren Verlauf das Kriterium der Kostenwirtschaftlichkeit herangezogen, jedoch stets unter stillschweigender Beachtung eines möglichen Einflusses auf das Zielsystem des Gesamtunternehmens. Dieser Einfluß soll aber nicht explizit in den Modellen ausgewiesen werden.

c) Bemerkungen zum Begriff der Investition und der Investitionskriterien.

In der Literatur der Kapitaltheorie wird der Investitionsbegriff im allgemeinen monetär gesehen. E. Schneider (1951) charakterisiert die Investition durch eine "Auszahlungsreihe" und eine "Einzahlungsreihe". Entsprechend werden Entscheidungsregeln mit monetärem Inhalt verwendet: Kapitalwert, interner Zinsfuß, Annuität. Ähnlich betrachtet J. Dean den geldlichen Strom als wesentliches Merkmal: "A capital expenditure should be defined in terms of economic behavior, rather than in terms of accounting conventions or tax laws. The criterion, then, is the flexibility of the commitment involved, that is, the rate of turnover into cash." (1951, S. 4). Hier tritt als zusätzliches Element der Grad der Kapitalbindung und damit der Auswirkung auf die zukünftige finanzielle Situation des Unternehmens auf, wodurch die Investitionsentscheidung als strategische Entscheidung identifiziert wird.¹⁾ Als Entscheidungsregel schlägt er den internen Zinsfuß einer Investition vor. In den neueren Modellen der Kapitaltheorie²⁾ können die Entscheidungsregeln zwar durch die unmittelbare Betrachtung gesamtunternehmerischer Zielsysteme ersetzt werden, jedoch bleibt der monetäre Charakter erhalten. D. Schneider (1970) unterscheidet hier als gesamtunternehmerische Ziele Einkommen, Vermögen und Wohlstandsstreben eines Unternehmens; er definiert eine Investition als einen "Zahlungsstrom, der mit einer Aufgabe beginnt."

-
- 1) Die Identifizierung als strategische Entscheidung ist hier allgemein verstanden, nicht nur in bezug auf die sogenannten "strategischen Investitionen", die bei Dean als extrem langfristige und schwer bewertbare Entscheidungen als Sonderfall behandelt werden.
 - 2) Eine kurze bibliographische Übersicht über diese Modelle wird im folgenden Abschnitt gegeben.

Eine wesentlich allgemeinere Formulierung des Investitionsbegriffs findet sich bei McKean (1958) und Hanssmann (1968). Sie verwenden die Begriffe "Kosten" und "Ertrag" ("costs" und "gains") in einem allgemeinen, nicht notwendigerweise monetären Sinn, bzw. ersetzen sie durch die Begriffe "input" und "output". Sowohl Inputs als auch Outputs können in monetären oder in physischen Einheiten gemessen werden oder mit Hilfe speziell konstruierter Bewertungssysteme. Die Existenz nicht-monetärer Ziele¹⁾ sowie die Schwierigkeit der Bewertung monetärer Ziele in vielen praktischen Entscheidungssituationen geben die Begründung zu dieser Verallgemeinerung. Anders als beim Zielsystem der Kapitaltheorie, das ein rationales Handeln der Entscheidungsträger im gesamtunternehmerischen Sinn voraussetzt, können nun auch Investitionskriterien für Teilentscheidungen und Teilbereiche des Unternehmens definiert werden. Das bereits erwähnte Prinzip der Kostenwirtschaftlichkeit ist ein solches partielles Kriterium. Teil III dieser Arbeit, der sich mit der Lösung des Standortproblems befaßt, enthält ein Beispiel, wie das Kostenkriterium in zwei weitere partielle Kriterien zerlegt wird, von denen eines nicht monetär ist, sondern einem ordinalen Bewertungssystem entspricht. Im Rahmen dieser Arbeit soll deshalb ein allgemeiner Investitionsbegriff verwendet werden. Hanssmann folgend, ist die Investitionsentscheidung als eine strategische Entscheidung durch die gegenwärtige Bindung größerer Mittel charakterisiert, um damit unsichere zukünftige Ergebnisse zu erzielen: "Our concept of investment will be general. Its main characteristic is the present commitment of major resources by a single decision to uncertain future returns."²⁾ (1968, S.3). Unter der Verwendung der Konzepte der Inputs und der Outputs im Zusammenhang mit einer Entscheidung sowie der zulässigen Verknüpfungen beider Begriffe zu einem Kriterium³⁾ lassen sich Investitionsentscheidungen in der Produktion nach der Maxime der Kostenwirtschaftlichkeit folgendermaßen beschreiben: Gesucht sind Strategien mit minimalem

1) vgl. Heinen, 1968, A

2) "returns" im allgemeinen, nicht nur monetären Sinn, der Verf.

3) vgl. Hanssmann, 1968, S. 26ff.

Input an produktiven Mitteln, gemessen in Kosten oder einem daraus abgeleiteten System, um einen fest vorgegebenen Output an Produkten zu erzielen.

d) Simultane Entscheidungsmodelle in der Literatur der Kapitaltheorie.

Die Entwicklung simultaner Entscheidungsmodelle nimmt in der Literatur der Kapitaltheorie des letzten Jahrzehnts einen breiten Raum ein. Es wird dabei angestrebt, alle Teilbereiche einer Betriebswirtschaft, insbesondere die Bereiche der Finanzen, der Investitionen, der Produktion, des Absatzes und der Beschaffung in einem einzigen Modell zu integrieren. Daneben gewinnt das Gebiet der simultanen Investitions- und Personalplanung zunehmend an Bedeutung¹⁾. Die Modelle sind häufig als Totalmodelle konzipiert und beachten die Maximierung eines gesamtunternehmerischen Zielsystems als Maxime. Heinen nennt sie deshalb auch "oberzielorientierte Modelle" (1968, B, S.236). Ein Teil der Modelle basiert auf der Maximierung des Kapitalwertes als Approximation des Totalgewinnes. Hier sind insbesondere das Modell von Lorie-Savage (1955) als Grundtyp des Budgetierungsproblems (capital budgeting) und das darauf aufbauende Modell von Weingartner (1963) zu nennen, sodann das Modell von Massé (1957, 1964), das auf einer konkreten Anwendung in der französischen Elektrizitätswirtschaft beruht, und die Modelle von Förstner-Henn (1957), Albach (1962, 1963) und Swoboda (1961, 1965). Sie erfordern die Festlegung eines kalkulatorischen Zinsfußes. Die Möglichkeit der Elimination der Diskontierung wird bereits in einem Modell von Charnes-Cooper-Miller (1959) angedeutet²⁾, ebenso ist im stochastischen Modell von Markowitz (1959) für die Wahl eines optimalen Wertpapier-Budgets (portfolio selection) implizit diese Elimination enthalten³⁾. Jacob (1962, 1964) hat in einer Erweiterung seines ursprünglich auf der Maximierung des Kapitalwertes basierenden Modells nachgewiesen, daß eine systematische Berücksichtigung aller Investitionsmöglichkeiten, die dem Unter-

1) vgl. Domsch (1970)

2) vgl. Blumentrath, 1969, S. 26

3) ders., S. 168

nehmen während eines Planungszeitraumes gegeben sind, insbesondere auch aller Finanzinvestitionen, eine Diskontierung überflüssig wird. Statt des Kapitalwertes wird das Einkommen über den gesamten Planungszeitraum maximiert. Im Grundkonzept ist das Modell von Jacob dem Albachschen Modell ähnlich; denn bei beiden werden Finanzierungsmöglichkeiten durch Fremdkapital explizit berücksichtigt. Eine Erweiterung durch die Berücksichtigung der Eigenfinanzierung sowie des Effekts der Besteuerung auf die Zielfunktion wird von Jääskeläinen (1966) gegeben. Er maximiert das Vermögen des Unternehmens am Ende des Planungszeitraumes. Dieselbe Zielfunktion verwendet Weingartner in einer Erweiterung seines ursprünglichen Modells. Einen Überblick und eine Weiterführung dieser "Endwertmodelle" gibt das Buch von Blumentrath (1969). Hax (1964) unterscheidet in seinem Modell zwischen der Möglichkeit der Einkommens- und der Vermögensmaximierung. Einen allgemeinen Überblick über den Stand der Entscheidungsmodelle der Kapitaltheorie findet man in den Büchern von Seelbach (1967) und D. Schneider (1970).

Der Aspekt der simultanen Investitions- und Produktionsplanung wird explizit in den Modellen von Förstner-Henn, Bertoletti-Chapiro-Rieznik (1960), Albach, Swoboda und Jacob berücksichtigt. Durch die weitgehende Differenzierung bis zu den einzelnen Produktionsanlagen, die sich als Investitionsalternativen anbieten und durch die gleichzeitige Einführung von "Produktionsvariablen", die die Zuweisung der Produktionsaufgaben zu den Maschinenalternativen festlegen, wird der Umfang dieser Modelle bei konkreten Anwendungen in der Regel sehr groß.

Aus drei Gründen bleibt vielen dieser Modelle, insbesondere den großen und umfassenden Totalmodellen die Anwendung auf Probleme der Praxis heute noch weitgehend verwehrt: einmal wegen der konzeptionellen Schwierigkeiten, alle wesentlichen Einflußgrößen des Betriebsgeschehens in einem formalen Modell zu erfassen, zum anderen wegen der organisatorischen Prämissen, die an den Entscheidungsprozeß gestellt werden, und zum dritten wegen der mathematischen Schwierigkeiten bei der rechnerischen Lösung.

Insbesondere auf den ersten Aspekt bezieht sich die Bemerkung D. Schneiders: "Ein (solches) Totalmodell, in dem Investitions-,

Finanzierungs-, Beschaffungs-, Produktions- und Absatzentscheidungen gemeinsam aufeinander abgestimmt und gleichzeitig festgelegt werden, ist das Ideal des Theoretikers. Aber wie jedes Ideal hat es wenig mit der Wirklichkeit zu tun. Die Schwierigkeiten einer solchen Gesamtplanung der Unternehmung liegen auf der Hand: Zunächst müssen alle Einflußgrößen und ihre gegenseitigen Abhängigkeiten für einen Bereich (z. B. den Finanzbereich) erfaßt werden. Darüber hinaus sind die Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Teilbereichen unternehmerischer Planung: Beschaffung, Produktion, Absatz, Investition und Finanzierung zu erkennen und zu berücksichtigen. Für die Mehrzahl aller Entscheidungen wird man notgedrungen auf eine Gesamtschau aller Teilbereiche verzichten müssen und Einzelentscheidungen aufgrund eines isolierten Planes, aufgrund eines Partialmodells, treffen." (1970, S. 39).

Der Aspekt der organisatorischen Form des Entscheidungsprozesses wurde bereits im zweiten Abschnitt dieser Einleitung diskutiert, er führt ebenfalls zur notwendigen Beschränkung auf betriebliche Teilentscheidungen. "Je dynamischer und veränderungsreicher die Umwelt der Betriebswirtschaft ist, desto bedeutungsvoller ist der Austausch von feedback-Informationen für die Koordinierung; desto weniger kann sich die Betriebswirtschaft auf eine Koordinierung durch Gesamtplanung stützen." (Heinen, 1968, B, S.253).

Einige Arbeiten aus dem Gebiet der Kapitaltheorie befassen sich auch mit der Diskussion verschiedener mathematischer Optimierungsverfahren in Bezug auf ihre Anwendbarkeit für die Lösung von Simultanmodellen. Im wesentlichen werden die Algorithmen der Gemischt-ganzzahligen und der Dynamischen Programmierung berücksichtigt. Glörfeld (1968) untersucht verschiedene Verfahren der Gemischt-ganzzahligen Programmierung für die Lösung von simultanen Investitions- und Produktionsproblemen, Seelbach (1967) schlägt eine Kombination der Parametrischen linearen und der Dynamischen Programmierung vor, Blumentrath (1969) prüft die Anwendbarkeit der Dynamischen Programmierung auf Modelle der Vermögensmaximierung. Sie zeigen alle die heute noch bestehenden engen Limitationen für die Anwendung auf praktische Probleme, die auch in einem

Übersichtsaufsatz von Koch erwähnt werden: "Die Anwendung sonstiger Methoden¹⁾ der mathematischen Programmierung (ganzzahliges Programmieren, dynamisches Programmieren) aber erfordert Rechenkapazitäten, die in absehbarer Zeit noch nicht verfügbar sind." (1969, S. 778). Der Einsatz von angenäherten Lösungsverfahren wird von keinem der Autoren erwogen. Gerade hier ergibt sich jedoch eine fruchtbare Verbindung zwischen den beiden Disziplinen der Mathematik und der Betriebswirtschaftslehre; denn es können unter Umständen empirisch gefundene ökonomische Zusammenhänge in speziellen Fällen dazu verwendet werden, angenäherte Lösungsverfahren zu entwickeln, die den rechnerischen Aufwand um ein vielfaches reduzieren und dadurch in konkreten Anwendungsfällen zu einer Lösung führen. Es sei hierzu ein Zitat von Hadley gebracht, das sich auf die Reduktion der Zustandsvariablen bei der Lösung des mehrdimensionalen Zuweisungsproblems mit Hilfe der Dynamischen Programmierung bezieht: "The basic problem is a combinatorial one - it is necessary to consider all possible combinations of the state parameters. Now it is, in general, true that a very large fraction of the combinations of the state parameters have no real influence on the problem, since either the probability of their occurrence is sufficiently small to be ignored or they represent situations so unprofitable that they are irrelevant. Thus one might hope that a procedure could be developed that would eliminate a great number of these combinations and solve the problem either exactly or approximately by considering only a very small percentage of the possible combinations." (1964; Nachdruck 1970, S. 473).

e) Beitrag dieser Arbeit zum Problemkreis.

Im Rahmen des im ersten Abschnitt geschilderten Problemkreises der Investitions- und Standortplanung in der Produktion will diese Arbeit einen zweifachen Beitrag leisten.

Zunächst soll für den Teilaspekt der Ermittlung der maschinellen Ausrüstung für eine Fertigungsline die hinreichend bekannte Entscheidungsmodell mit Hilfe eines angenäherten Verfahrens

1) außer der Linearen Programmierung, die die Unteilbarkeit von Investitionsvorhaben nicht berücksichtigt, der Verf.

rechnerisch gelöst werden. Dem Algorithmus unterliegt dabei ein ähnlicher Gedanke wie dem obigen Zitat von Hadley: Anhand spezifischer Überlegungen, die sich auf das zu behandelnde Investitionsproblem beziehen, wird die sehr große Zahl der zulässigen Lösungskombinationen auf einige wenige, sinnvolle reduziert. Dabei stellt sich heraus, daß die Optimierung als Aufgabe der Dynamischen Programmierung mit nur einem einzigen Zustandsparameter durchgeführt werden kann. Zudem erlaubt das iterative Schema der Dynamischen Programmierung, neben der Optimallösung noch weitere gute Lösungen aufzufinden.

Als zweiter Beitrag wird für die Behandlung des Standortproblems eine Modellformulierung angegeben, die unter anderem den Grad der technologischen Spezialisierung von Produktionsstätten zu messen versucht. Es wird dabei ein subjektives Bewertungssystem verwendet. Implizit enthält dieses Modell den Aspekt der maschinellen Ausstattung einer Fertigungslinie, so daß es als ein Vorschlag zu einem zweistufigen Entscheidungsmodell betrachtet werden kann, das einen Kompromiß zwischen der rein sukzessiven und der vollständig simultanen Planung darstellt.

Für beide Problemkreise wird jeweils ein ausführliches Beispiel angegeben, um die Behandlung in einen konkreten Rahmen zu stellen. Als Fallstudien mögen sie zur Illustration der angewandten Methodik dienen. Es sei erwähnt, daß sie nur in ihrer wesentlichen Struktur echten Situationen entsprechen, dagegen sind alle technischen und wirtschaftlichen Details verändert oder, falls hier unwesentlich, fortgelassen worden.

II. ERMITTLUNG DER OPTIMALEN MASCHINELLEN AUSSTATTUNG FÜR EINE FERTIGUNGSLINIE ÜBER DIE LEBENSDAUER EINES PRODUKTES

1. Entscheidungsmodell.

Das hier behandelte Entscheidungsproblem kann in kurzer Form als ein Auswahlproblem zwischen mehreren alternativen technischen und sonstigen Fertigungsmöglichkeiten beschrieben werden mit dem Ziel der kostenoptimalen maschinellen Ausstattung einer *E i n p r o d u k t l i n i e* über die Lebensdauer des zu fertigenden Produktes. Schematisch kann dieses Auswahlproblem als Flußnetzwerk dargestellt werden, wie in Abbildung 1 gezeigt. Die "Knoten" des Netzwerkes beziehen sich dabei auf die alternativen Fertigungsmöglichkeiten für einzelne Bearbeitungsstufen; sie symbolisieren in der Regel alternative Maschinentypen, können sich jedoch auch auf verbindende Transportsysteme, auf größere eingeplante Zwischenlager, usw. beziehen. Des weiteren sei die Möglichkeit des Bezugs von Lieferanten bzw. der Fremdfertigung als gesonderte Wahlalternative und damit als Knoten zugelassen. Allgemein sind durch die Knoten die verschiedenen "Entscheidungsalternativen" gegeben. Die Verknüpfung der Knoten durch gerichtete "Strecken" zeigt den logischen Zusammenhang zwischen den Entscheidungsalternativen entsprechend der Richtung des Produktionsflusses. In Abbildung 1 ist somit entweder die Wahl der Alternative 1 in Verbindung mit den Alternativen 2 und 3, oder der Alternative 4 in Verbindung mit Alternative 3, oder der Alternative 5, oder einer Kombination aus diesen Alternativen möglich. Das Netzwerk umfaßt dabei die komplette Fertigungslinie oder zumindest einen geschlossenen Teilabschnitt, der unabhängig von den anderen Abschnitten der Linie betrachtet werden kann im Sinne der produktionstechnischen Interdependenzen zwischen den Einzelaggregaten einer Linie und deren Einfluß auf die Kostenfunktion.¹⁾ Für die spätere Behandlung ist zusätzlich die Festhaltung der "Pfade" durch das *g e s a m t e* Netzwerk als Folge von Knoten, die durch

1) Jacob (1964) spricht hier von "zeitlich-horizontalen" Interdependenzen, im Gegensatz zu den "zeitlich-vertikalen" Interdependenzen, die den Einfluß bereits vorhandener Anlagen oder zukünftiger Investitionsmöglichkeiten auf ein betrachtetes Investitionsobjekt beinhalten.

eine Strecke verbunden sind, von Vorteil. In Abbildung 1 können die Pfade $P_1 = (1,2,3)$, $P_2 = (4,3)$ und $P_3 = (5)$ unterschieden werden. Jeder Pfad stellt einen alternativen Weg durch die Linie dar, dem ein Produkt folgen kann. Mit dem Konzept der Pfade können leicht die produktionstechnischen bzw. zeitlich-horizontalen Interdependenzen zwischen den Knoten beschrieben werden. Im Prinzip wird durch diese Pfade das Netzwerk in parallele und serielle Komponenten zerlegt. Eine ähnliche Vorgehensweise ist aus der Zuverlässigkeitstheorie (reliability theory) bekannt, wo logische Verbindungen zwischen den einzelnen Komponenten eines Systems, etwa eines Schaltkreises, durch entsprechende Pfade dargestellt werden.¹⁾

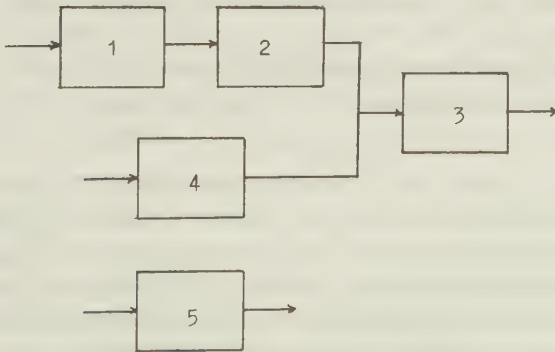


Abbildung 1. Schematische Darstellung des Auswahlproblems als Netzwerk alternativer Entscheidungsmöglichkeiten.

1) siehe z. B. Barlow und Prochan (1965)

Das Entscheidungsmodell legt einen festen Planungszeitraum von T äquidistanten Perioden $t = 1, 2, \dots, T$ zugrunde, wobei die Länge der Lebensdauer des betrachteten Produktes entspricht.¹⁾ Entscheidungen können zu Beginn jeder Periode getroffen werden. Es seien die folgenden Entscheidungsvariablen unterschieden:

x_{kt} = Zahl der zu Beginn der Periode t neu angeschafften Maschinen vom Typ k (Knoten k):
 $k = 1, 2, \dots, K$.

z_{kt} = Zahl der während Periode t produktiv eingesetzten Maschinen vom Typ k (Knoten k)

u_{nt} = Menge an Produkten (Teil des gesamten Produktionsprogramms der Periode t), die während dieser Periode dem Pfad P_n zugewiesen wird; $n = 1, 2, \dots, N$.

w_{kt} = Logische (0,1)-Variable, wobei $w_{kt} = 1$, falls in Periode t die Entscheidungsalternative k (Knoten k) zum ersten mal während des Planungszeitraumes gewählt wird,
 $w_{kt} = 0$ sonst.

Sind an bestimmten Knoten k_0 keine Maschineneinsätze vorgesehen, z. B. an einem Knoten für "Fremdfertigung", so können die entsprechenden Variablen $x_{k_0 t}$ und $z_{k_0 t}$ wegfallen.

Die Variablen x_{kt} können als "Investitionsvariable", die u_{nt} als "Produktionsvariable" bezeichnet werden, durch z_{kt} sind "Kapazitätsvariable" definiert. Die logische Variable w_{kt} soll später einmalig anfallende bzw. "Fixed-charge"-Kosten festhalten. Die gleichzeitige optimale Wahl all dieser Variablen über den Planungszeitraum entspricht dem Prinzip der simultanen Investitions- und Produktionsplanung.²⁾

a) Zielfunktion des Modells.

Einer Einteilung Gutenbergs (1965) folgend werden zwei verschiedene Kostengruppen unterschieden, nämlich konstante, produktionsunabhängige und variable, produktionsabhängige Kosten.

-
- 1) Nähere Erläuterungen zu diesem und anderen Modellparametern werden im folgenden Kapitel 2 gegeben. Am Ende der Arbeit ist eine Liste der verwendeten Symbole zu finden, Anhang H,a.
 - 2) Wenn auch durch die Beschränkung auf den Einproduktfall eine Dimensionskomponente bei den Produktionsvariablen fortfällt.

Bei den konstanten Kosten sind zuerst die Anschaffungskosten a_k je Maschine eines bestimmten Typs k anzuführen. Um die unterschiedliche Lebensdauer der Anlagen zu berücksichtigen, ist am Ende des Planungszeitraums ein Restwert q_{kt} zu veranschlagen, der vom Zeitpunkt der Neuanschaffung der Maschine abhängen möge.¹⁾ Die Investitionskosten pro Maschinentyp k und Periode t , die dem Planungszeitraum angerechnet werden können, ergeben sich damit als

$$(1.1) \quad J_{kt}^{(1)} = (a_k - q_{kt}) \cdot x_{kt}$$

Dabei wird angenommen, daß die Lebensdauer der Maschinen in jedem Fall bis zum Ende des Planungszeitraums bzw. der Lebensdauer des Produktes reicht, was bei kurzlebigen Produkten sicher der Fall ist.

Neben den Investitionskosten werden als konstante Kosten noch einmalig anfallende Kosten pro Knoten berücksichtigt, z. B. Kosten für Arbeitsvorbereitung oder einmalige Beschaffungskosten. Es sei unterstellt, daß diese Kosten, mit f_k bezeichnet, voll dem Planungszeitraum angerechnet werden, da sie in der Regel spezifisch auf das zu fertigende Produkt bezogen sind, d. h.

$$(1.2) \quad J_{kt}^{(2)} = f_k \cdot w_{kt}$$

Die variablen, produktionsabhängigen Kosten werden in aggregatsbezogene Betriebskosten und stückzahlbezogene Proportionalkosten unterteilt. Es wird angenommen, daß die aggregatsbezogenen Betriebskosten von der mittleren Auslastung A_{kt} der eingesetzten Maschinen z_{kt} abhängen, also

$$(1.3) \quad J_{kt}^{(3)} = c_k(A_{kt}) \cdot z_{kt} \quad ,$$

$c_k(A_{kt})$ ist dabei eine spezifisch zu wählende Kostenfunktion, siehe Kapitel 2.

Die Proportionalkosten beziehen sich auf die Produktmenge, die durch einen Knoten k fließt. Fällt kein Schrott an der Produktion an, so ist diese durch

$$\sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} u_{nt}$$

1) vgl. Jacob, 1964, S. 553

gegeben. Die Summation erfolgt dabei über alle Pfade P_n , die den Knoten k enthalten ($k \in P_n$). In der Regel wird jedoch ein bestimmter Schrottanteil anfallen. Der prozentuale Anteil von Schrott an der Gesamtproduktion kann als Maßstab für die technologische Reife der Fertigungslinie betrachtet werden. Der prozentuale Schrottanteil, mit s_{knt} bezeichnet, hängt nicht nur von der Qualität der Bearbeitung am Knoten k ab, sondern im Falle fehlender Zwischenprüfungen kumulativ auch von den davor- und dahinterliegenden Bearbeitungsgängen, die durch den Pfad P_n gekennzeichnet sind. Eine detaillierte Behandlung der Schrottraten erfolgt in Kapitel 2. Insgesamt fließt deshalb durch den Knoten k die Produktmenge

$$\sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} \frac{u_{nt}}{1-s_{knt}}$$

Sind mit d_{kn} die proportionalen Kosten pro Produkt an Knoten k , bei einer Bearbeitungsfolge entlang dem Pfad P_n , bezeichnet, so sind durch

$$(1.4) \quad J_{kt}^{(4)} = \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} d_{kn} \cdot \frac{u_{nt}}{1-s_{knt}}$$

die Proportionalkosten gegeben.

Durch die Summierung der einzelnen Kostengrößen $J_{kt}^{(1)}$ bis $J_{kt}^{(4)}$ und die Anwendung eines Diskontierungsfaktors γ_t sind die entscheidungsabhängigen Gesamtkosten C über den Planungszeitraum gegeben:

$$(1.5) \quad C = \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \left[(\gamma_t a_k - \gamma_t q_{kt}) \cdot x_{kt} + \gamma_t (J_{kt}^{(2)} + J_{kt}^{(3)} + J_{kt}^{(4)}) \right]$$

Dabei ist zu beachten, daß die Restwerte q_{kt} bei den Investitionskosten $J_{kt}^{(1)}$ mit dem Diskontierungsfaktor des Planungshorizonts zu multiplizieren sind. In der Regel wird der Diskontierungsfaktor $\gamma_t = (1 + \psi)^{-t}$ gewählt, wobei ψ der kalkulatorische Zinsfuß ist. Nach der Maxime der Kostenwirtschaft-

lichkeit ist die Zielfunktion (1.5) zu minimieren, unter Beachtung der folgenden Nebenbedingungen, die die Menge der zulässigen Lösungen festlegen.

b) Nebenbedingungen des Modells.

Die Summe der Produktionszuweisungen u_{nt} zu den einzelnen alternativen Pfaden muß das vorgegebene Produktionsprogramm B_t der Periode t erfüllen, d. h.

$$(1.6) \quad \sum_{n=1}^N u_{nt} = B_t ; \quad (t = 1, 2, \dots, T).$$

Die benötigte Fertigungszeit an den Maschinen vom Typ k darf die verfügbare Zeit nicht überschreiten. Ist R_{kn} die Fertigungszeit für ein Produkt an einer Maschine vom Typ k , bei Kombination mit anderen Maschinen entlang dem Pfad P_n , und ist D_k die produktive Laufzeit der Maschine je Periode, abzüglich der zu erwartenden Ausfallzeiten, so folgt

$$(1.7) \quad \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} R_{kn} \frac{u_{nt}}{1-s_{knt}} \leq D_k z_{kt} ; \quad (k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T)$$

bzw. in anderer Schreibweise

$$(1.8) \quad \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} R_{kn} \frac{u_{nt}}{1-s_{knt}} + D_k v_{kt} = D_k z_{kt} ; \quad \begin{matrix} (k = 1, 2, \dots, K; \\ t = 1, 2, \dots, T). \end{matrix}$$

Die Bedeutung der Hilfsvariablen v_{kt} (Schlupfvariable) soll unten näher erläutert werden. Die in der Kostengleichung (1.3) benötigte mittlere Auslastung ergibt sich als Quotient der benötigten und verfügbaren Produktionszeit, also

$$(1.9) \quad A_{kt} = \frac{\sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} R_{kn} \frac{u_{nt}}{1-s_{knt}}}{D_k z_{kt}} = 1 - \frac{v_{kt}}{z_{kt}} \quad \begin{matrix} (k=1, 2, \dots, K; \\ t=1, 2, \dots, T) \end{matrix}$$

Die Zahl der in Periode t eingesetzten Maschinen z_{kt} kann nicht größer als die Zahl der bis dahin angeschafften Maschinen sein, d. h.

$$(1.10) \quad \sum_{r=1}^t x_{kr} \geq z_{kt} ; \quad (k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T).$$

Schließlich läßt sich noch durch eine weitere Ungleichung erreichen, daß die Variable w_{kt} , die die einmalig anfallenden Kosten in (1,2) beschreibt, die Eigenschaft hat, daß $w_{kt} = 1$, falls zum erstenmal im Planungszeitraum die Alternative k gewählt wird und $w_{kt} = 0$ sonst. Die Alternative k wird nämlich genau dann in Periode t zum erstenmal gewählt, falls

$$(1.11) \quad \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} u_{nt} > 0 \quad \text{und} \\ \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} u_{nr} = 0 \quad \text{für } r = 1, 2, \dots, t-1$$

Bei Division durch das gesamte Produktionsprogramm läßt sich diese Bedingung normieren:

$$(1.12) \quad 0 < \frac{1}{B_t} \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} u_{nt} \leq 1 \quad \text{und} \\ \frac{1}{B_r} \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} u_{nr} = 0 \quad \text{für } r = 1, 2, \dots, t-1.$$

Unter Beachtung der Minimierung der Zielfunktion und der Abnahme des Diskontierungsfaktors mit steigendem Index t erfüllt die Ungleichung

$$(1.13) \quad \frac{1}{B_t} \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} u_{nt} \leq \sum_{r=1}^t w_{kr} \quad (k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T)$$

die gewünschte Bedingung für die Variable w_{kt} . Denn solange die linke Seite der Ungleichung Null beträgt, werden in der Optimallösung auch die Variablen der rechten Seite verschwinden.

Erst wenn die Bedingung (1.12) eintritt und die linke Seite größer als Null wird, folgt zwangsläufig $w_{kt} = 1$. Da die linke Seite nie größer als Eins werden kann, folgt für die nachfolgenden Variablen wiederum $w_{kt+1} = w_{kt+2} = \dots = w_{kT} = 0$.

Durch die Zielfunktion (1.5) und die Nebenbedingungen (1.6), (1.8), (1.10) und (1.13) sowie die Definitionsgleichung (1.9) ist das Modell vollständig formuliert. Es ist zu beachten, daß die Variablen x_{kt} , z_{kt} und w_{kt} ganzzahlig und nichtnegativ zu wählen sind, die Variable u_{nt} kontinuierlich und nichtnegativ.

c) Bemerkungen zum Modell.

Das Modell sieht nicht die Möglichkeit des Verkaufs von Anlagen vor dem Ende des Planungszeitraums bzw. dem Ende des Lebens des Produktes vor. Dies entspricht der Praxis bei sehr spezialisierten Fertigungslinien, wo Liquidationserlöse nur in geringem Ausmaß realisiert werden können. Entweder werden die Anlagen am Ende verschrottet oder sie können nach eventuellem Umbau für Nachfolgeprodukte weiter verwendet werden. Wollte man im Modell den Verkauf von Anlagen berücksichtigen, so müßten zusätzliche Desinvestitionsvariable definiert werden. Das Modell von Jacob (1964) enthält diesen Aspekt.

Die Möglichkeit der Berücksichtigung von Erweiterungsinvestitionen läßt sich leicht in das Modell einbauen. Es muß lediglich die als feste Konstante gegebene Zahl der zu Beginn des Planungszeitraums bereits vorhandenen Anlagen, x_{ko} , in die Nebenbedingung (1.10) aufgenommen werden:

$$(1.10)^+ \quad \sum_{r=1}^t x_{kr} - x_{ko} \geq z_{kt} ; (k=1,2,\dots,K; t=1,2,\dots,T)$$

d. h. die Zahl der neu anzuschaffenden Maschinen vom Typ k vermindert sich um die bereits vorhandenen Maschinen. Da Anschaffungskosten bzw. Restwerte der alten Anlagen für die zukünftigen Investitionsentscheidungen nicht mehr relevant sind, bleibt die Zielfunktion unverändert.

Ersatzinvestitionen für identische Maschinentypen sind im Modell nicht vorgesehen, da dieser Aspekt für die Fertigung eines kurzlebigen Produktes in einer spezialisierten Fertigungslinie meist nicht sehr wesentlich ist. Zur Berücksich-

tigung dieses Aspekts sei wiederum auf das Modell von Jacob sowie auf Modelle von Hanssmann (1968, S. 98ff.) und Hanssmann, Schober (1970, B) hingewiesen.

d) Minimierung der undiskontierten Kosten als Zielfunktion.

Bleiben in (1.5) die Kosten undiskontiert, d. h. $\gamma_t = 1$, so kann das Modell vereinfacht werden. Statt w_{kt} genügt es, eine logische Variable w_k zu definieren mit $w_k = 1$, falls Entscheidungsalternative k während des Planungszeitraumes gewählt wird, $w_k = 0$ sonst, da nun der genaue Zeitpunkt des Anfallens der einmaligen Kosten nicht von Belang ist. Die Gleichungen und Ungleichungen (1.2), (1.5) und (1.13) ändern sich dann folgendermaßen:

$$(1.2)' \quad J_k^{(2)} = f_k w_k$$

$$(1.5)' \quad C = \sum_{k=1}^K \left[J_k^{(2)} + \sum_{t=1}^T (J_{kt}^{(1)} + J_{kt}^{(3)} + J_{kt}^{(4)}) \right]$$

$$(1.13)' \quad \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} u_{nt}}{\sum_{t=1}^T B_t} \leq w_k ; \quad (k=1, 2, \dots, K) .$$

e) Einige Bemerkungen zur Optimierung des Modells.

Es soll die folgende Eigenschaft des Modells nachgewiesen werden:

- A: Hängt der Verlauf der aggregatsbezogenen Betriebskosten $c_k(A_{kt})$ in (1.3) linear von der mittleren Auslastung A_{kt} der eingesetzten Maschinen ab (d.h. das gesamte Modell ist linear), so kann bei fest vorgegebenen Werten für die Produktionsvariablen u_{nt} das verbleibende Teiloptimierungsproblem für die Variablen x_{kt} , z_{kt} und w_{kt} auf triviale Weise direkt aus den Restriktionen ohne Beachtung der Zielfunktion abgeleitet werden.
- B: Sind die aggregatsbezogenen Betriebskosten nicht linear, so gilt im allgemeinen außer für w_{kt} auch die Folgerung unter A, nicht. Jedoch genügt in den meisten praktischen Fällen die Überprüfung einiger weniger Werte für z_{kt} , um das Teiloptimierungsproblem zu lösen. Diese Überprüfung kann durch vollständige Enumeration erfolgen.

Aus dieser Eigenschaft des Modells resultiert, daß dann die Optimierungsaufgabe als folgendes Zuweisungsproblem betrachtet werden kann:

$$(1.14) \quad \begin{aligned} & \min_u \left[\min_z C(u | z) \right] \\ & \text{mit } \sum_{n=1}^N u_{nt} = B_t ; \quad (t = 1, 2, \dots, T) \end{aligned}$$

dabei ist $u = (u_{11}, u_{12}, \dots, u_{NT})$, $z = (z_{11}, z_{12}, \dots, z_{KT})$ eine abgekürzte Schreibweise der Variablen u_{nt} , z_{kt} . Hierbei wird der algorithmische Optimierungsprozeß nur über die Variablen u_{nt} durchgeführt; die wenigen möglichen Kombinationen für z_{kt} werden durch vollständige Enumeration geprüft.

Auf die Bedeutung dieser Umformulierung zu einem Zuweisungsproblem auf die verschiedenen Pfade durch das Netzwerk der Entscheidungsalternativen soll hier nicht näher eingegangen werden; sie ergibt sich im Zusammenhang mit der Formulierung des Optimierungsverfahrens in Kapitel 3.

Die Behauptungen A und B sollen nun bewiesen werden:

Dazu ist es günstig, ein Beispiel für zwei verschiedene Kostenverläufe der aggregatsbezogenen Betriebskosten zu betrachten (Abbildung 2).

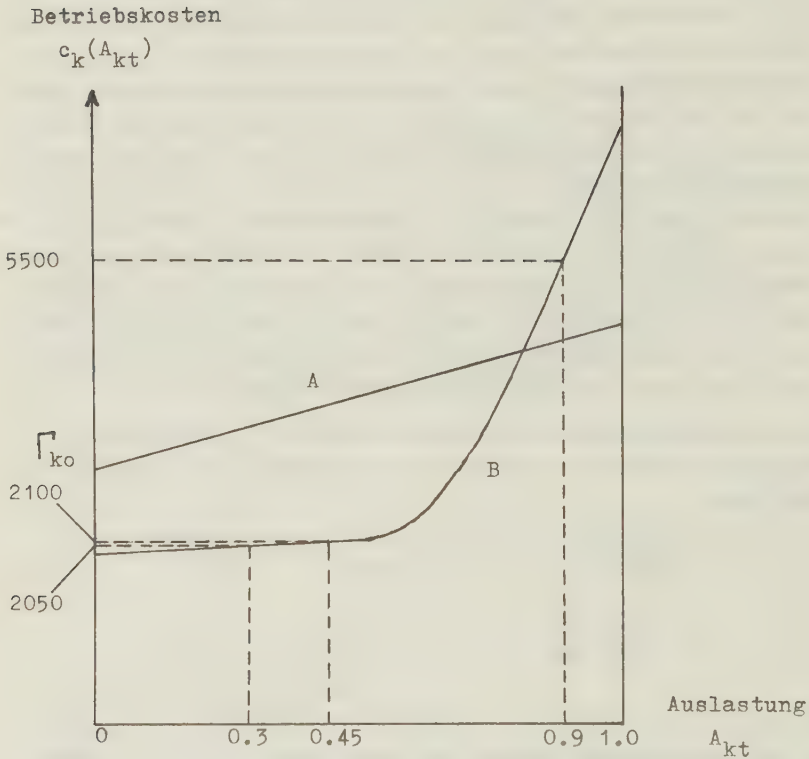


Abbildung 2. Beispiele für den Verlauf der aggregatsbezogenen Betriebskosten.

Im Fall A liegt ein linearer Kostenverlauf vor. Es gilt wegen (1.9):

$$(1.15) \quad c_k(A_{kt}) = \Gamma_{ko} + \Gamma_{k1} A_{kt} = \Gamma_{ko} + \Gamma_{k1} (1 - v_{kt}/z_{kt}).$$

Dabei sind Γ_{ko} und Γ_{k1} spezifische Konstante, die den fixen Kostenanteil und die Steigung des Kurvenverlaufs wiedergeben. Die Kostengleichung (1.3) wird dadurch zu

$$(1.16) \quad J_{kt}^{(3)} = c_k(A_{kt}) \cdot z_{kt} = (\Gamma_{ko} + \Gamma_{k1}) \cdot z_{kt} - \Gamma_{k1} v_{kt}.$$

Das Modell ist somit linear.

Für diesen Fall gilt für die Hilfsvariable v_{kt} in der Lösung des in A betrachteten Teiloptimierungsproblems stets $v_{kt} < 1$: Denn wäre bei gegebenem u_{nt} mit $(x_{kt}^{(0)}, z_{kt}^{(0)}, w_{kt}^{(0)})$ eine Lösung des Teiloptimierungsproblems gegeben, wobei $v_{kt}^{(0)} \geq 1$, so ist die Kapazitätsrestriktion (1.8) ebenso für $z_{kt}^{(0)} - 1$ erfüllt, d. h. die Lösung

$$(x_{kt}^{(1)} = x_{kt}^{(0)}, z_{kt}^{(1)} = z_{kt}^{(0)} - 1, w_{kt}^{(1)} = w_{kt}^{(0)})$$

ist ebenfalls zulässig, wobei nun $v_{kt}^{(1)} = v_{kt}^{(0)} - 1$.

Denn von beiden Seiten der Ungleichung (1.8) wird lediglich der Faktor D_k subtrahiert, wobei die neuen Variablen $z_{kt}^{(1)}$ und $v_{kt}^{(1)}$ positiv bleiben. Außerdem ist in der Ungleichung (1.10), die die Verbindung zwischen der Variablen z_{kt} und x_{kt} herstellt, die rechte Seite für die neu gefundene Lösung $z_{kt}^{(1)}$ stets um Eins kleiner als für die Lösung $z_{kt}^{(0)}$, so daß $x_{kt}^{(1)} = x_{kt}^{(0)}$ zulässig ist. Des weiteren ist $w_{kt}^{(1)} = w_{kt}^{(0)}$ zulässig, da für die Festlegung von w_{kt} nach (1.13) nur die Variablen u_{nt} verantwortlich sind, diese aber fest gegeben sind.

Setzt man die neue Lösung in die Zielfunktion ein, so bleiben die Beiträge aus (1.1), (1.2) und (1.4) unverändert gegenüber der Optimallösung des Teiloptimierungsproblems. Eine Änderung erfahren lediglich die aggregatsbezogenen Betriebskosten (1.3) bzw. (1.16).

Für die Optimallösung gilt

$$(1.17) \quad J_{kt}^{(3),(0)} = (\Gamma_{ko} + \Gamma_{k1}) z_{kt}^{(0)} - \Gamma_{k1} v_{kt}^{(0)} ;$$

für die neue Lösung

$$\begin{aligned} (1.18) \quad J_{kt}^{(3),(1)} &= (\Gamma_{ko} + \Gamma_{k1}) z_{kt}^{(1)} - \Gamma_{k1} v_{kt}^{(1)} = \\ &= (\Gamma_{ko} + \Gamma_{k1}) (z_{kt}^{(0)} - 1) - \Gamma_{k1} (v_{kt}^{(0)} - 1) \\ &= J_{kt}^{(3),(0)} - \Gamma_{ko} , \end{aligned}$$

d. h. $J_{kt}^{(3),(1)} \leq J_{kt}^{(3),(0)}$; die neue Lösung besitzt niedrigere aggregatsbezogene Betriebskosten als die "Optimallösung" und damit auch niedrigere Gesamtkosten. Die Lösung $(x_{kt}^{(0)}, z_{kt}^{(0)}, w_{kt}^{(0)})$ mit $v_{kt}^{(0)} \geq 1$ kann nicht optimal sein. Daraus folgt $v_{kt} < 1$ für

die Lösung des Teiloptimierungsproblems.

Damit ist jedoch der Schlüssel gefunden zur trivialen Lösung des Teiloptimierungsproblems nach A. Nach Einsetzen der fest vorgegebenen Werte u_{nt} in die Restriktionen (1.8) und (1.13) können zunächst die Werte für z_{kt} und w_{kt} durch engstmögliches Einhalten der beiden Restriktionen unmittelbar errechnet werden. Anschließend ergeben sich, ebenfalls durch engstmögliches Einhalten der Restriktion (1.10) die Werte für x_{kt} .

Anders im Fall B eines nicht linearen Kostenverlaufs. Hier gilt für die Lösung des Teiloptimierungsproblems nicht notwendigerweise $v_{kt} < 1$; die rechte Seite der Kapazitätsbedingung (1.8) ist damit für die Optimallösung nicht eindeutig fixiert, falls die linke Seite bekannt ist. Dies kann am Beispiel des progressiv steigenden Kostenverlaufs in Abbildung 2 demonstriert werden. Angenommen, es stehen in einer Periode t mehrere Maschinen desselben Typs k zur Verfügung, jedoch reicht entsprechend (1.8) der Einsatz einer einzigen Maschine aus, um die Produktion zu bewältigen ($z_{kt} = 1$). Die Auslastung dieser Maschine sei mit 0.9 gegeben. Nach Abbildung 2 sind dann die aggregatsbezogenen Betriebskosten

$$(1.19) \quad J_{kt}^{(3)} = c_k(A_{kt}) = c_k(0.9) = 5\,500.$$

Würden dagegen zwei Maschinen eingesetzt werden, so sinkt die mittlere Auslastung auf 0.45 und deshalb

$$(1.20) \quad J_{kt}^{(3)} = c_k(A_{kt}) \cdot 2 = c_k(0.45) \cdot 2 = 2\,100 \cdot 2 = 4\,200$$

Es ist somit kostengünstiger, auch die zweite Maschine einzusetzen und dadurch die mittlere Auslastung herunterzudrücken. Stünden drei Maschinen zur Verfügung, so ergäbe ihr Einsatz

$$(1.21) \quad J_{kt}^{(3)} = c_k(A_{kt}) \cdot 3 = c_k(0.3) \cdot 3 = 2\,050 \cdot 3 = 6\,150,$$

die Kosten steigen wieder an; das Minimum liegt bei $z_{kt} = 2$. Der Fall, daß mehrere Maschinen desselben Typs zur Verfügung stehen, jedoch nur ein Teil davon auf Grund des Kapazitätsbedarfs eingesetzt zu werden braucht, kann insbesondere während der Rückgangsphase der Produktion in der Lebenskurve eines Produktes geschehen.¹⁾

1) zum Begriff der Lebenskurve, vgl. Kapitel 2

Theoretisch könnte es jedoch auch während der Aufbauphase oder zu einem sonstigen Zeitpunkt der Lebenskurve passieren, daß es bei niedrigen Anschaffungskosten günstiger ist, mehr Maschinen als unbedingt benötigt anzuschaffen, um dadurch die mittlere Auslastung zu senken. Dann würden auch die Investitionsvariablen x_{kt} nicht eindeutig festliegen. Jedoch dürfte dieser Fall in der Praxis wohl sehr selten vorkommen, er soll deshalb vernachlässigt werden.¹⁾

Damit ist folgendermaßen vorzugehen: Zunächst werden die Variablen z_{kt} so gewählt, daß die Kapazitätsrestriktion (1.8) so eng wie möglich erfüllt ist (d. h. $v_{kt} < 1$). Anschließend werden analog wie im linearen Fall A die Variablen x_{kt} und w_{kt} aus den Bedingungen (1.10) und (1.13) errechnet. Sodann werden die Variablen z_{kt} sukzessive um Eins erhöht, entsprechend (1.19-21), bis die Zahl der zur Verfügung stehenden Maschinen ausgeschöpft ist (d. h. in der Restriktion (1.10) beide Seiten gleich sind). Das Minimum der sich daraus ergebenden aggregatsbezogenen Betriebskosten legt den optimalen Wert für z_{kt} fest. Bei einem progressiv steigenden Kostenverlauf genügt es sogar, nur bis zur Minimalstelle fortzuschreiten; die drei Schritte (1.19-21) reichen zur vollständigen Enumeration aus.

In den meisten praktischen Fällen genügen damit bei Vorliegen nichtlinearer aggregatsbezogener Betriebskosten für jede der Variablen z_{kt} einige wenige, meist zwei bis drei Enumerationsschritte, um eine optimale Lösung der Teiloptimierungsaufgabe bei fest vorgegebenen Produktionsvariablen u_{nt} zu finden. Dies gilt auch für die unter c) und d) gesondert betrachteten Fälle der undiskontierten Zielfunktion und der Erweiterungsinvestition.

1) Man kann bereits anhand der Eingabedaten bzw. Modellparameter erkennen, ob dieser ausgeartete Fall eintreten kann.

2. Schätzung und Vorhersage der Modellparameter für ein Illustrationsbeispiel.

Es wird ein "Beschichtungsprozeß" als Illustrationsbeispiel gewählt, der unter anderem bei der Herstellung integrierter elektronischer Schaltkreise eine Verwendung finden könnte. Das Beispiel bezieht sich jedoch auf keinen konkreten Prozeß dieser Industriebranche, sondern ist in seinem technischen Inhalt frei vom Verfasser definiert worden. Ebenso sind sämtliche technischen und ökonomischen Parameter frei gewählt. In der Struktur und Komplexität entspricht das Beispiel aber durchaus konkreten praktischen Situationen.

Die technische Aufgabe des Beschichtungsprozesses bestehe in der Aufbringung eines dünnen metallischen Musters, z. B. elektrischer Leiterzüge auf ein Trägermaterial (Substrat). Für die Durchführung dieser Aufgabe seien zwei verschiedene Verfahren anwendbar, ein indirektes photolithographisches Verfahren, bei dem zunächst eine kontinuierliche Schicht auf das Substrat gebracht und das gewünschte Muster anschließend durch einen Ätzprozeß ausgehoben wird und ein direktes Verfahren, bei dem unmittelbar das Muster auf das Substrat aufgebracht wird. Des weiteren sei die Möglichkeit gegeben, die gesamte oder einen Teil der Produktion vom Lieferanten zu beziehen.

Abbildung 3 zeigt die alternativen Wahlmöglichkeiten. Sie sind durch Buchstaben anstelle der durchlaufenden Knotennummern bezeichnet, um die Identifizierung im Text zu erleichtern. Für das indirekte Verfahren können zwei verschiedene Beschichtungsanlagen eingesetzt werden, entweder ein Semiautomat S oder ein Automat A. Bei Verwendung des Semiautomaten erfolgt anschließend in einer getrennten Anlage eine Hitzebehandlung des beschichteten Substrates. Dagegen wird beim Automaten A diese Hitzebehandlung bereits integriert mit der Beschichtung in derselben Anlage vorgenommen. An die Beschichtung schließt sich der Ätzprozeß in der Anlage R an. Zur Aufbringung des Musters nach dem direkten Verfahren kann ein kombinierter Automat B eingesetzt werden, der ebenso die Hitzebehandlung mitenthält. Der Knoten I des Netz-

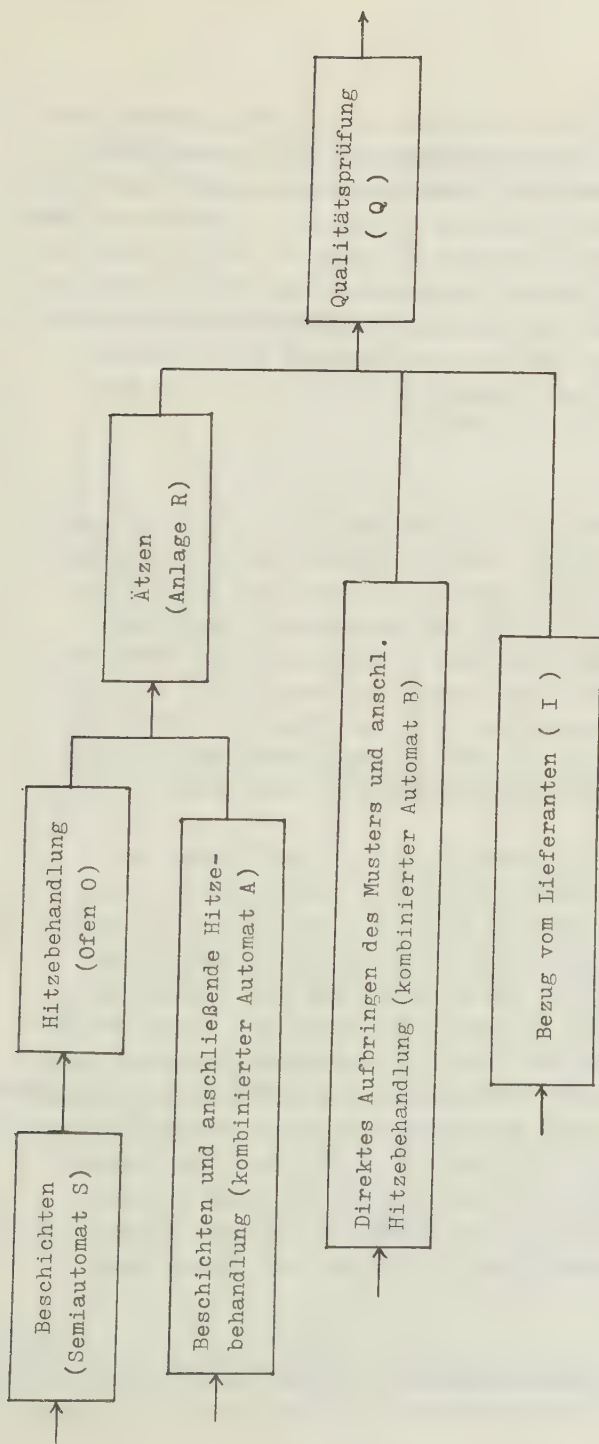


Abbildung 3. Schematische Darstellung der Entscheidungsalternativen für das Beispiel des Beschichtungsprozesses.

werks bezieht sich auf den Bezug von Lieferanten. Abschließend wird eine Prüfung auf Fehler durchgeführt (Q). Dafür werden keine neuen Anlagen benötigt. Insgesamt stehen somit vier verschiedene Fertigungsmöglichkeiten zur Wahl, repräsentiert durch die vier Pfade $P_1 = (S, O, R, Q)$, $P_2 = (A, R, Q)$, $P_3 = (B, Q)$ und $P_4 = (I, Q)$. Jede dieser Möglichkeiten zeichnet sich durch unterschiedliche technische und ökonomische Eigenschaften aus. Das Wahlproblem besteht darin, eine optimale Aufteilung des Produktionsprogrammes auf diese vier Alternativen über die Lebensdauer des Produkts zu finden.

a) Produktionsprogramm.

Das betrachtete Produkt ist ein Montageteil für ein bestimmtes Endprodukt, das hier nicht näher betrachtet werden soll. Aus der Marktvorhersage für das Endprodukt läßt sich über Stücklistenauflösung der Bedarf für die Montageteile errechnen. Es sei dabei angenommen, daß eine Lagerhaltung zum Zweck der längerfristigen Produktionsglättung aus technischen Gründen nicht vorgenommen werden kann. Dann übertragen sich die Gesetzmäßigkeiten, die den Verlauf der Nachfrage für das Endprodukt bestimmen, auf das Produktionsprogramm für das betrachtete Halbfabrikat.

Der Verlauf der Nachfragekurve geschieht häufig nach dem empirisch gefundenen Phasenkonzept der "Lebenskurve" eines Produkts. Hanssman (1968, S. 215ff.) gibt ein solches Modell an. Er unterscheidet dabei die drei Phasen des "Wachstums" (growth), der "Sättigung" (saturation) und des "Rückgangs" (decay) der Nachfrage.¹⁾ Abbildung 4 illustriert dieses Phasenkonzept. Während jeder der drei Phasen werden konstante Wachstumsraten angenommen. Die Rate der Sättigungsphase entspricht dem Wachstum des gesamten Marktpotentials für Produkte dieser Art, der eigene Absatz entwickelt sich parallel zum Gesamtmarkt. Dagegen ist in der Wachstumsphase die Rate größer. In der Rückgangsphase nimmt der eigene Marktanteil mit konstanter Rate bis zum Ende der Lebensdauer des Produkts ab.

1) Ähnliche Konzepte werden u. a. von Chako (1966) und Heinen (1968, B) vorgeschlagen.

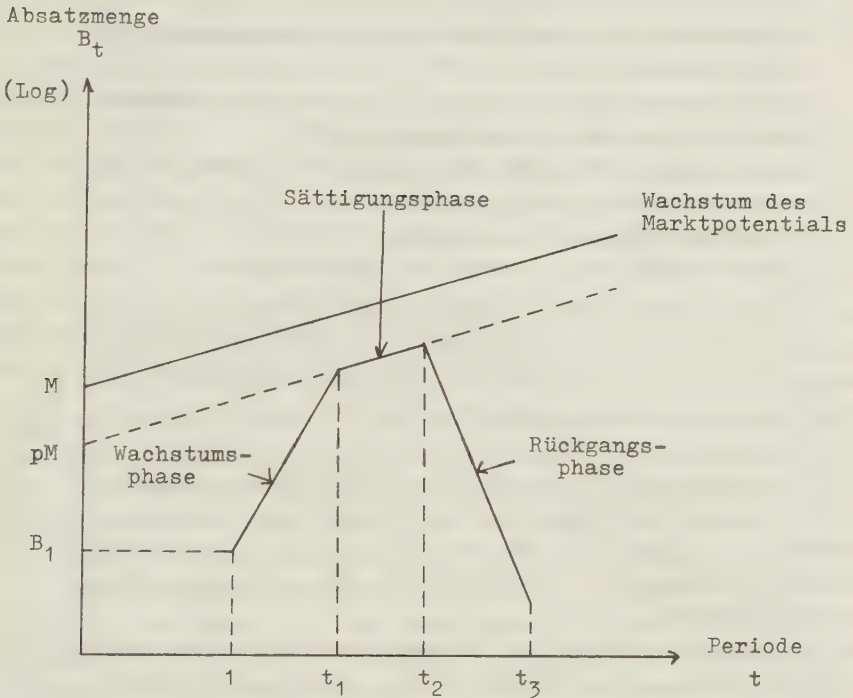


Abbildung 4. Langfristiges Vorhersagemodell der Lebenskurve eines Produkts (nach Hanssmann).

Die mathematische Formulierung ist in (2.1) gegeben. Sie entspricht einer diskreten, periodischen Fortschreibung des Wachstums. Dabei sei $t \geq 2$ zu nehmen.

$$(2.1) \quad B_t = \begin{cases} B_1 \cdot (1 + \beta)^{t-1} & \text{während der Wachstumsphase } 1 < t < t_1, \\ pM \cdot (1 + \alpha)^t & \text{während der Sättigungsphase } t_1 \leq t < t_2 \\ pM \cdot (1 + \alpha)^t (1 - \gamma)^{t-t_2} & \text{während der Rückgangphase } t_2 \leq t \leq t_3 \end{cases}$$

Dabei sind

B_t = Absatz des Unternehmens in Mengeneinheiten je Periode t

B_1 = Absatz in der Periode des Markteintritts ($t = 1$)

M = gegenwärtiges Marktpotential

α = Wachstumsrate des Marktpotentials

β = Wachstumsrate des Absatzes des Unternehmens während der Wachstumsphase

γ = Rückgangsrate des Anteils des Unternehmens am Marktpotential während der Rückgangsphase

p = erreichbarer Anteil des Unternehmens am Marktpotential

t_1 = erste Periode der Sättigungsphase

t_2 = erste Periode der Rückgangsphase

t_3 = letzte Periode der Lebenskurve des Produkts.

Ein neues Produkt erobert sich während der Wachstumsphase einen bestimmten Anteil am Marktpotential, indem es durch verbesserte Funktion und Gestaltung andere Produkte vom Markt verdrängt oder zusätzliche Käufer anspricht. In der Sättigungsphase ist die Substitution älterer Produkte und die überproportionale Ansprache neuer Käuferschichten beendet; das eigene Wachstum entspricht dem des gesamten Potentials. Während der Rückgangsphase kommen erneut verbesserte Produkte auf den Markt, die das betrachtete Produkt verdrängen.

Ein wesentlicher Punkt bei der Anwendung des obigen Modells ist die Schätzung des Marktpotentials und seines Wachstums. Das Buch von Hanssmann enthält eine Fallstudie nach Weinberg (1956), in der die Schätzung des Marktpotentials für bestimmte Glas- und Plastikbehälter durchgeführt wird (Hanssmann, 1968, S. 219ff.). Der Kern der angewandten Methodik besteht in einer Aufteilung des Gesamtmarktes in verschiedene Branchen und einer Schätzung des Branchenpotentials durch subjektive Verfahren der Expertenbefragung und objektive Verfahren der Trendextrapolation. Das Wachstum der einzelnen Branchenpotentiale und damit auch des Gesamtpotentials konnte schließlich mit dem Wachstum der makroökonomischen Kennziffer "persönlich verfügbares Einkommen" (disposable personal income) korreliert werden.

In den meisten Fällen werden bei der Ermittlung des Marktpotentials subjektive Schätzmethoden eine überwiegende Rolle spielen. Hier ist u. a. das von der RAND-Corporation entwickelte "Delphi-Verfahren" zu nennen.¹⁾ Es beruht auf der Befragung

1) vgl. Helmer (1967)

einer Expertengruppe, wobei in mehreren Sitzungen und durch dazwischenliegende statistische Auswertungen der Befragungsergebnisse versucht wird, eine konsolidierte Meinung mit geringer Streubreite zu finden.

Handelt es sich um die Vorhersage des Produktionsprogrammes für ein Halbfabrikat, das in verschiedene Endprodukte eingeht, so muß berücksichtigt werden, daß die Endprodukte im allgemeinen verschiedene Lebenskurven besitzen. Das Produktionsprogramm ergibt sich dann durch die Überlagerung dieser Kurven, multipliziert mit bestimmten Mengenfaktoren, die sich aus den Stücklistenauflösungen ergeben, falls mehrere Halbfabrikate in ein einzelnes Endprodukt als Montageteile eingehen.

Es sei angenommen, daß für das hier betrachtete Halbfabrikat eines beschichteten Substrats eine Analyse nach der beschriebenen Phasenmethode durchgeführt worden ist. Dabei möge nur ein einziges Endprodukt Verbraucher des Montageteils sein, so daß das Produktionsprogramm die reine Form einer Lebenskurve nach Abbildung 4 zeigt.¹⁾ Die gesamte Lebensdauer sei auf vier Jahre geschätzt. Aus praktischen Gründen sei dieser Zeitraum in 8 Perioden der Länge eines halben Jahres eingeteilt. Die mittlere Spalte der Tabelle 1 enthält die Prognose des Produktionsprogramms. Im ersten Halbjahr werde mit einer Produktionsmenge von 5 000 Teilen gerechnet (B_1 in 2.1). Die Sättigungsgrenze werde nach ein-einhalb Jahren bzw. 3 Perioden erreicht. Der mögliche eigene Marktanteil am Gesamtmarkt werde zum Zeitpunkt des Markteintritts mit etwa $pM = 12\ 000$ Teilen geschätzt, das Wachstum des Gesamtmarktes mit $\alpha = 0.2$ bzw. 20 Prozent pro Halbjahr. Daraus resultiert eine Produktionsmenge von $12\ 000 (1 + \alpha)^3 \approx 20\ 000$ für die erste Periode der Sättigungsphase und ein Wachstum von $\beta = 1.0$ bzw. 100 Prozent pro Periode während der Wachstumsphase. Mit dem Rückgang des Marktanteils möge ab der 7. Periode gerechnet werden, bei einer periodischen Rückgangsrate $\gamma = 0.5$ bzw. 50 Prozent. Nach der 8. Periode, die noch ein Produktionsprogramm von 12 000 Teilen erfordert, sei geplant, die Produktion abzubrechen und ein geeignetes Nachfolgeprodukt anzubieten.

1) Die Multiplikation mit einem Mengenfaktor aus der Stücklistenauflösung verändert die Gestalt der Kurve nicht.

Tabelle 1. Vorhersage des Produktionsprogramms
(in 1 000 Teilen pro Halbjahr)

(B_t)

Halbjahr (t)	Pessimistische Vorhersage		Mittlere Vorhersage		Optimistische Vorhersage	
	Wachstums- rate	Pro- gramm	Wachstums- rate	Pro- gramm	Wachstums- rate	Pro- gramm
1	0.8	5	1.0	5	1.2	5
2	0.8	9	1.0	10	1.2	11
3	0.8	16	1.0	20	1.2	24
4(=t ₁)	0.2	19	0.2	24	0.25	30
5	0.2	23	0.2	29	0.25	38
6	0.2	28	0.2	35	0.25	47
7(=t ₂)	-0.5	17	-0.5	21	-0.5	30
8(=t ₃)	-0.5	10	-0.5	12	-0.5	18

Die Perioden des Phasenwechsels entsprechend (2.1) und Abb. 4 sind $t_1 = 4$, $t_2 = 7$, $t_3 = 8$.

Um den Unsicherheiten zu begegnen, die in der Vorhersage des Produktionsprogramms liegen, soll die Sensitivität einer Veränderung auf die optimale Investitionsentscheidung getestet werden. Die Darstellung der Vorhersage in Form eines Wachstumsmodells hat den Vorteil, daß auf leicht interpretierbare Weise Sensitivitätsanalysen durchgeführt werden können, nämlich durch Variation der Wachstumsraten. Es sollen für das Beispiel neben der "mittleren" Vorhersage mit den Raten $\alpha = 0.2$, $\beta = 1.0$, $\gamma = 0.5$ noch eine "optimistische" und eine "pessimistische" Vorhersage berücksichtigt werden. Der optimistische Fall geht von der Annahme einer Rate in der Wachstumsphase von 120 Prozent aus, der sich eine Rate von 25 Prozent während der Sättigungsphase anschließt. Dagegen nimmt der "pessimistische" Fall nur eine Rate von 80 Prozent in der ersten Phase und, ebenso wie die mittlere Vorhersage, eine Rate von 20 Prozent für die Sättigungsphase an. In allen drei Fällen soll die Rückgangsrates denselben Wert, 50 Prozent, annehmen.

b) Technische Parameter.

Die technischen Parameter des Modells sind die produktive Laufzeit einer Anlage, die Bearbeitungszeit eines einzelnen Teils und der Anteil des Schrotts an der bearbeiteten Produktionsmenge.

Die produktive Laufzeit einer Anlage, im Modell mit dem Koeffizienten D_k bezeichnet, ergibt sich aus der Anzahl der verfügbaren Arbeitsstunden pro Periode abzüglich einer geschätzten mittleren Ausfallzeit, bedingt durch Wartung und Reparaturen und die Zeit für die notwendigen Maschineneinstellungen nach Reparaturen und zu Beginn einer neuen Schicht oder eines neuen Arbeitstages. Nur schwer berücksichtigt werden können an dieser Stelle die Fehlzeiten, die eine Anlage wegen des Ausfalls einer anderen Anlage in der Fertigungsline zu tragen hat. Es könnte zunächst nur ein Risikoabschlag auf die produktive Laufzeit erfolgen; ist dieser Aspekt sehr kritisch, so müßten die ermittelten Lösungen des Modells daraufhin nochmals getestet werden, gegebenenfalls durch eine Simulation der Linie. Eine vorbeugende Maßnahme wäre die Einrichtung von Zwischenlagern. Es soll hier jedoch nicht näher auf dieses taktische Problem eingegangen werden, da es auf die vergleichsweise grobe Planung der Investitionen, wie sie hier durchgeführt wird, wohl in den seltensten Fällen größeren Einfluß haben wird. Tabelle 2 enthält eine Schätzung der produktiven Laufzeiten für die einzelnen Maschinenalternativen des Beschichtungsprozesses. Es wurden dabei zwei Schichten pro Tag zugrunde gelegt.

Die Bearbeitungszeit pro Teil hängt häufig nicht nur von den technischen Eigenschaften an der betreffenden Maschine ab, sondern auch vom Produktionsweg, den das Teil durch die Linie nimmt. So kann z. B. der Zeitaufwand an der Ätzanlage R kleiner sein, falls das Teil zuvor durch die Beschichtungsanlage A gelaufen ist, statt durch den Semiautomaten S, wenn sich die Anlagen in der Dicke und Härte der Metallschicht unterscheiden. Häufig verbessern sich die Bearbeitungszeiten mit steigender Produktionserfahrung, wenn keine feste Taktzeit der Maschine vorliegt und der Maschinenbediener einen Einfluß auf die Bearbeitungszeit nehmen kann.¹⁾ Bei technisch fest vorgegebener Taktzeit, die bei vielen spezialisierten Prozessen zu finden ist, drückt sich die Verbesserung in einer steigenden Produktionsqualität bzw. sinkenden Schrottrate aus. Diese Eigenschaft sei auch für das Beispiel des Beschichtungsprozesses

1) vgl. hierzu D. Schneider (1965), Wright (1936)

angenommen. Tabelle 2 enthält die Werte für die festen Bearbeitungszeiten, im Modell mit R_{kn} bezeichnet. Für die Ätzanlage R sind zwei verschiedene Zeiten zu berücksichtigen, je nachdem ob ein Teil den Pfad P_1 über die Maschinentypen S und O oder den Pfad P_2 über die Anlage A wählt. Für den Ofen O ist keine Bearbeitungszeit angegeben. Es sei angenommen, daß stets ein Ofen ausreichend ist.

Tabelle 2. Bearbeitungszeiten und produktive Laufzeiten der Maschinen.

Maschine	Produktive Laufzeit pro Halbjahr in Std. (D_k)	Bearbeitungszeit pro Substrat in Std. (R_{kn})
S	1 500	0.264
O	1 500	+))
R	1 500	[0.072 ++) 0.059 +++)
A	1 400	0.048
B	1 400	0.083

+) Ein Ofen ist stets ausreichend.

++) nach Bearbeitung auf S-O

+++) nach Bearbeitung auf A

Der dritte technische Parameter einer Anlage ist der Anteil an Schrottproduktion. Bei technisch komplexer Fertigung fallen häufig mit dem Beginn der Produktion hohe Schrottraten an und sinken dann beständig bis zu einem Zeitpunkt, von dem ab sie konstant bleiben; dieser kann als "Zeitpunkt der technologischen Reife" bezeichnet werden. Sowohl die Raten zu Beginn der Produktion als auch am Ende des Verbesserungsvorgangs sind spezifische technische Koeffizienten der einzelnen Maschinen; die Verbesserung geschieht jedoch in der Regel gleichmäßig für alle Komponenten der Linie, wobei abwechselnd die augenblicklich kritischen Aggregate besondere Beachtung von seiten der Maschinenbediener und der indirekten Funktionen wie der Wartung, der Arbeitsplanung, der Qualitätsplanung, usw. finden. Es ist deshalb sinnvoll, diesen Verbesserungsvorgang in einem globalen stetigen Wachstumsmodell darzustellen, das auf einen einheitlichen Zeitpunkt der technologischen Reife zustrebt. Dabei kann der Verbesserungsvorgang unabhängig vom

Zeitpunkt des Ersteinsatzes bestimmter Maschinentypen zu späteren Perioden des Planungszeitraums angenommen werden, da sich die bis dahin erzielte Produktionserfahrung auch auf die neuen Maschinentypen überträgt.

Jeder einzelne Maschinentyp k ist zunächst gekennzeichnet durch die beiden selbstverschuldeten Schrottanteile, die zu Beginn der Produktion, bzw. des Planungszeitraums und zum späteren Zeitpunkt der technologischen Reife der Linie zu planen sind. Komplementär entspricht diesen Werten ein entsprechender Anteil fehlerfreier Produkte an der Gesamtproduktion, hier mit H_k für den Beginn des Planungszeitraums und G_k für den Zeitpunkt der technologischen Reife bezeichnet ($0 \leq H_k \leq G_k \leq 1$).

Diese Raten haben nicht nur einen unmittelbaren Einfluß auf die Höhe der Produktionsmenge, mit der die Maschine k zu belegen ist, um am Ende der Linie ein fest vorgegebenes Programm an fehlerfreien Produkten zu erfüllen, sondern auch auf die Höhe der Produktionsmengen für alle vorangehenden Bearbeitungsstufen als auch für die nachfolgenden Stufen bis zur nächsten Qualitätsprüfung. Es müssen deshalb statt der unmittelbar selbstverschuldeten Schrottanteile die kumulativen Schrottanteile und die kumulativen Anteile an fehlerfreien Produkten berücksichtigt werden. Ist durch

$$(2.2) \quad P_n = (k_1, k_2, \dots, k_1, \dots, k_m, \dots, k_r)$$

ein Produktionsweg bzw. Pfad durch die Linie gegeben, so ist der kumulative Anteil an fehlerfreien Produkten für die Maschine k_m zu Beginn des Planungszeitraums bzw. zum Zeitpunkt der technologischen Reife der Linie

$$(2.3) \quad \begin{aligned} h_{k_m, n} &= H_{k_1} \cdot H_{k_{1+1}} \cdots H_{k_m} \cdots H_{k_r} \\ g_{k_m, n} &= G_{k_1} \cdot G_{k_{1+1}} \cdots G_{k_m} \cdots G_{k_r} \end{aligned} ,$$

wenn k_1 die Bearbeitungsstufe bezeichnet, an der die letzte Zwischenprüfung vor der Bearbeitung an Maschine k_m stattfindet ($k_1 = k_m$, falls unmittelbar nach k_m eine Zwischenprüfung erfolgt). Ist u_n die am Ende der Linie erwartete Anzahl fehlerfreier Teile

die durch Pfad P_n läuft, so fließen durch die Maschinen vom Typ k_m die Mengen

$$u_n / h_{k_m, n} \quad \text{bzw.} \quad u_n / g_{k_m, n} .$$

Der zeitliche Verlauf des Verbesserungsprozesses der Linie vom Beginn des Planungszeitraums bis zum Zeitpunkt der technologischen Reife wird nun durch ein kontinuierliches Wachstumsmodell mit konstanter Wachstumsrate dargestellt. Dies entspricht der Zeitreihe

$$(2.4) \quad g_{knt} = g_{kn} (1 - \delta_{kn} e^{-\rho_{kn}(t-1)})$$

für die Maschinen k aus Pfad P_n ($k \in P_n$).

Abbildung 5 zeigt die Zeitreihe in graphischer Form. Beginnend mit dem kumulativen Anteil $h_{kn} = g_{kn} (1 - \delta_{kn})$ zu Beginn des Planungszeitraums ($t = 1$) nähert sich die Kurve asymptotisch dem entsprechenden Wert g_{kn} zum Zeitpunkt der technologischen Reife. Da es sich um ein asymptotisches Modell handelt, soll der Zeitpunkt t_E der technologischen Reife durch die Forderung

$$(2.5) \quad g_{kn} - g_{knt} = 0.01 \quad \text{für} \quad t = t_E \quad (k \in P_n)$$

definiert sein, d. h. die Differenz zwischen dem augenblicklichen kumulativen Anteil an fehlerfreien Produkten und dem Maximalwert beträgt zu diesem Zeitpunkt nur noch 0.01.

Durch

$$(2.6) \quad \delta_{kn} = 1 - \frac{h_{kn}}{g_{kn}} \quad (k \in P_n)$$

und durch die Forderung (2.5) sind die beiden Modellparameter δ_{kn} und ρ_{kn} gegeben. Für die Wachstumsrate ρ_{kn} gilt nämlich:

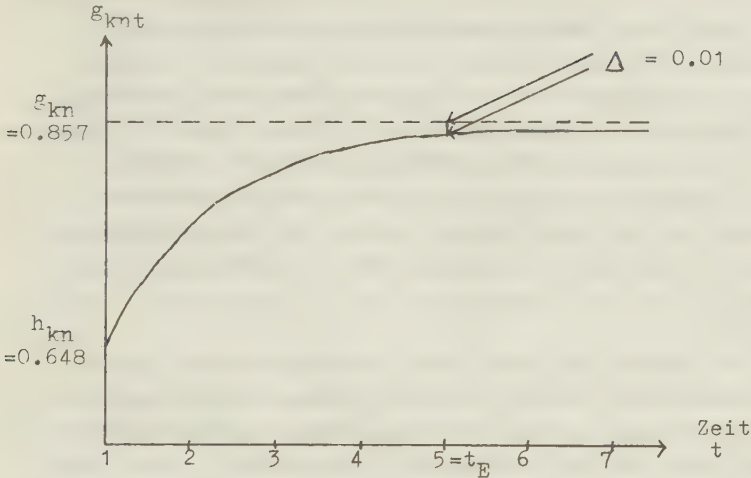
$$(2.7) \quad \rho_{kn} = \frac{1}{1-t_E} \left[\ln 0.01 - \ln (g_{kn} - h_{kn}) \right] \quad (k \in P_n)$$

wobei der natürliche Logarithmus anzuwenden ist.

Die im Entscheidungsmodell (Kapitel 1) in der Kostengleichung (1.4) und in den Nebenbedingungen (1.7), (1.8) und (1.9) enthaltenen Parameter s_{knt} sind Komplementärgrößen zu (2.4), d.h.

$$(2.8) \quad s_{knt} = 1 - g_{knt} .$$

Kum. Anteil an
fehlerfreien Teilen



Abbildungung 5. Vorhersagemodell für die Zunahme des kumulativen Anteils an fehlerfreien Teilen an der Gesamtproduktion (Beispiel Pfad P_1).

Für die praktische Anwendung bietet sich folgendes Vorgehen an:

- A: Man schätzt den Zeitpunkt der technologischen Reife der Linie.
- B: Man schätzt sodann für jeden einzelnen Maschinentyp k oder für sonstige Arbeitsgänge bzw. Knoten des Netzwerks der Entscheidungsalternativen, die Schrott verursachen können, den selbstverschuldeten Anteil an Schrott und komplementär an fehlerfreien Teilen. Dabei sind zwei Werte anzugeben, einmal für den Beginn des Planungszeitraums, H_k , unabhängig vom Zeitpunkt des Ersteinsatzes, zum andern für den Zeitpunkt der technologischen Reife der Linie, G_k . Durch Einordnen der einzelnen Knoten in die Ablauflogik der Linie und die Anwendung von (2.3) ergeben sich die kumulativen Anteile an fehlerfreien Teilen, h_{kn} , g_{kn} .
- C: Die Parameter δ_{kn} und ϑ_{kn} ergeben sich dann rechnerisch durch die Anwendung von (2.6) und (2.7).

Tabelle 3a enthält die Schätzwerte für die Anteile an fehlerfreien Teilen, die unmittelbar den Knoten selbst zugerechnet

werden können. Es sei angenommen, daß der Automat A in seiner technischen Funktion zu Beginn des Planungszeitraums noch sehr unzuverlässig ist, was durch den niederen Wert von 0.4 ausgedrückt ist. Auch für den Fall des Bezugs beim Lieferanten (I) sind entsprechende Anteilswerte zu planen. Es wird geschätzt, daß die gekauften Teile konstant über die Dauer des Planungszeitraums einen fehlerfreien Anteil von 0.8 besitzen. Der Zeitpunkt der technologischen Reife für die Eigenfertigung sei nach 2 Jahren angesetzt, d. h. $t_E = 5$, da die Länge einer Periode einem halben Jahr entspricht.

Tabelle 3b enthält die aus Tabelle 3a abgeleiteten Werte für die kumulativen Anteile und die Parameter des Vorhersagemodells. Dabei ist zu berücksichtigen, daß nur am Ende der Linie eine Prüfung auf Schrott durchgeführt wird, weshalb sämtliche Knoten eines Pfades dieselben Werte für die kumulativen Anteile besitzen, d. h. $h_{kn} = h_n$, $g_{kn} = g_n$.

Tabelle 3a. Anteil fehlerfreier Teile an der Gesamtproduktion

Maschine / Entscheidungsalternative (Knoten)	Anteil an fehlerfreien Teilen	
	zu Beginn des Planungszeitraums (H_k)	zum Zeitpunkt der techn. Reife (G_k)
S	0.8	0.95
O	0.9	0.95
R	0.9	0.95
A	0.7	0.95
B	0.4	0.9
I	0.8	0.8

Tabelle 3b. Kumulativer Anteil an fehlerfreien Teilen;
Parameter des Vorhersagemodells.

Pfad	Kumulativer Anteil an fehlerfreien Teilen		Parameter	
	zu Beginn des Planungszeitraums (h_n)	zum Zeitpunkt der techn. Reife (g_n)	δ_n	ϑ_n
P_1	0.648 ⁺⁾	0.857 ⁺⁺⁾	0.244	0.76
P_2	0.63	0.903	0.302	0.827
P_3	0.4	0.9	0.556	0.978
P_4	0.8	0.8	0	0

+) $0.648 = H_1 H_2 H_3 = 0.8 \cdot 0.9 \cdot 0.9$

++) $0.857 = G_1 G_2 G_3 = 0.95^3$

c) Kostenparameter.

Im Modell wurden die Anschaffungskosten, die einmalig anfallenden Kosten, die aggregatsbezogenen Betriebskosten und die Proportionalkosten unterschieden.

Zusammen mit der Angabe der Anschaffungskosten muß eine Prognose über den zeitlichen Verlauf des Kapitalverzehr über die Lebensdauer der Anlagen getroffen werden, um den Restwert am Planungshorizont angeben zu können. Die exakte Berechnung der Betriebsmittelabnutzung und damit des Kapitalverzehr ist ein bislang nicht befriedigend gelöstes Problem.

"Es ist bislang nicht hinreichend geklärt, welche Maßgrößen für eine solche 'Verbrauchsmessung' heranzuziehen sind. Als Ersatzmaßstab für die Verbrauchsmessung kann mit gewissen Einschränkungen die Laufzeit der Maschine angesehen werden.

Die bisherigen Versuche der Betriebswirtschaftslehre, das Problem der Betriebsmittelabnutzung produktionstheoretisch zu lösen, befriedigen nicht." (Heinen, 1968 B, S. 173)¹⁾.

Eine Schwierigkeit besteht zunächst in der Festlegung der wirtschaftlichen Lebensdauer einer Anlage. Drei Faktoren können maßgeblich auf sie einwirken: die wirtschaftliche Alterung bedingt durch steigende Unterhaltskosten, die technische Veralterung bedingt durch die Verfügbarkeit

1) vgl. hierzu auch Heinen, 1966, S. 60ff.

neuerer und leistungsfähigerer Maschinen und die Kurzlebigkeit der Produkte.¹⁾ Relativ am einfachsten ist der dritte Fall, wenn die Anlagen am Ende der Lebensdauer des Produkts, das hier mit dem Planungshorizont zusammenfällt, verschrottet werden. Es ist dann für den Restwert q_{kt} in Gleichung (1.1) des Modells, Kapitel 1, der Schrottwert anzusetzen. Anders, wenn die Anlage weiterhin produktiv für ein Nachfolgeprodukt in Betrieb bleibt, eventuell nach geringfügigem Umbau; dann muß das verbleibende Nutzungspotential sich im Restwert widerspiegeln.

Es sei hier für das Illustrationsbeispiel angenommen, daß mit großer Wahrscheinlichkeit eine Nutzung für Nachfolgeprodukte in Betracht zu ziehen ist. Es soll deshalb ein zeitlich konstanter Kapitalverzehr über die Lebensdauer der Anlage gewählt werden, d. h. der Restwert hängt nur vom Alter der Anlage ab. Dann gilt für den Restwert einer Maschine vom Typ k , die in Periode t angeschafft wird, am Planungshorizont

$$(2.9) \quad q_{kt} = \left(1 - \frac{T-t+1}{l_k}\right) \cdot a_k ,$$

wobei a_k die Anschaffungskosten und l_k die wirtschaftliche Lebensdauer der Maschine sind. Das Alter der Maschine am Planungshorizont T ist mit $(T-t+1)$ gegeben.

Tabelle 4 enthält die numerischen Werte für das Illustrationsbeispiel.

Einmalig anfallende (Fixed-charge) Kosten, im Modell mit f_k bezeichnet, sind unabhängig von der Zahl der installierten Maschinen oder der Höhe des Produktionsprogramms an einem Knoten. Beispiele dafür sind Kosten für Arbeitsvorbereitung, Kosten für die Qualitätsplanung, die Prozeßplanung und sonstige ingenieurmäßige Betreuung, falls diese eindeutig einem bestimmten Knoten und nicht nur der kompletten Fertigungslinie zugewiesen werden können, einmalige Beschaffungskosten,

1) siehe hierzu Dean, 1951, S. 89ff.; E. Schneider, 1951, S. 75ff., insbesondere S. 97, Fußnote 2, über die Praxis der Festlegung der kalkulatorischen Lebensdauer in amerikanischen Unternehmen nach Alford, Cost and production handbook.

usw. Diese Kosten sind in der Regel spezifisch auf das gefertigte Produkt zu beziehen und deshalb voll dem Planungszeitraum anzurechnen. Es sei für das Illustrationsbeispiel lediglich für den Knoten I, dem Bezug eines Teils der Produktion vom Lieferanten, das Anfallen einmaliger Bezugskosten in Höhe von DM 12 000 angenommen, die aus dem unternehmenseigenen Beitrag für die Arbeitsvorbereitung, den Anlauf und die Steuerung der Fertigung beim Lieferanten resultieren. Sie sind ebenfalls in Tabelle 4 enthalten.

Tabelle 4. Konstante Kosten.

Maschine / Entscheidungs- alternative (Knoten k)	Anschaffungs- kosten in DM (a_k)	Wahrscheinliche Lebensdauer in Halbjahren (l_k)	Einmalig an- fallende Kosten in DM (f_k)
S	210 000	10	-
O	120 000	8	-
R	60 000	10	-
A	450 000	8	-
B	680 000	10	-
I	-	-	12 000

Die aggregatsbezogenen Betriebskosten setzen sich im wesentlichen aus Lohnkosten, Kosten für den Verbrauch an Energie und Hilfsstoffen und für die Wartung zusammen. Die Lohnkosten beziehen sich auf den Fall, daß einer Anlage fest ein oder mehrere Maschinenbediener zugewiesen werden müssen, unabhängig von der zu fertigenden Produktionsmenge. Diese Annahme ist insbesondere dann realistisch, wenn die Fertigungslinie sich aus sehr unterschiedlichen Arbeitsgängen zusammensetzt und ein Personalausgleich nicht möglich ist. Ist diese fixe Zuordnung des Bedienpersonals nicht gegeben, so können die Lohnkosten auch den Proportionalkosten zugeschlagen werden.¹⁾

Es sei angenommen, daß der Verlauf der Betriebskosten von der Auslastung A_{kt} der Anlagen während einer Periode t abhängt; denn insbesondere in der Nähe der Maximalkapazität

1) Domsch (1970) unterscheidet ebenfalls "aggregatsbezogenes" und "produktbezogenes" Bedienpersonal, wobei er das aggregatsbezogene Personal als den häufigeren Fall ansieht.

werden die Kosten häufig steigen. So muß z. B. die Wartungsbereitschaft vergrößert werden, um Leerzeiten kurz zu halten; Routinewartungen müssen außerhalb der normalen Arbeitszeit durchgeführt werden, was zu einer Erhöhung der Lohnkosten für das Wartungspersonal führt. Auch der Bedarf an Energie und Hilfsstoffen kann bei einer größeren Auslastung überproportional anwachsen; ebenso die Lohnkosten für das Bedienpersonal, falls Überstundenzuschläge erforderlich werden. Abbildung 6 zeigt einen Kostenverlauf für die Betriebskosten, der an die numerischen Werte für den Beschichtungsautomaten A angelehnt wurde.

Es sei erwähnt, daß dieser Verlauf nur dann Gültigkeit hat, wenn eine unveränderliche Zahl der Schichten unterstellt wird. Ist z. B. bei geringer Auslastung ein Wechsel vom 2-Schicht- zum 1-Schichtbetrieb möglich, so zeigt der Kostenverlauf eine Sprungstelle bei der Auslastung 0.5 und ein entsprechend verändertes Bild des Gesamtverlaufs. Da eine spezifische Bearbeitungsstufe jedoch nur eine Kompo-

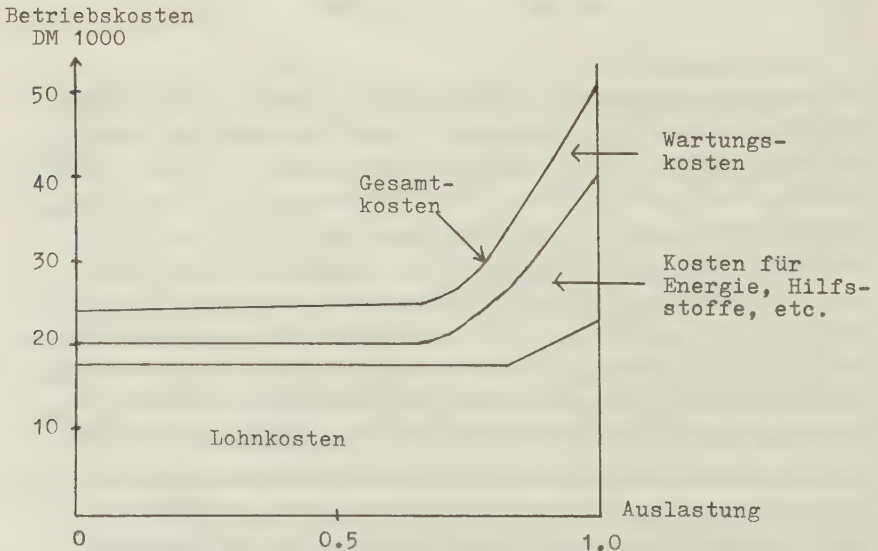


Abbildung 6. Verlauf der aggregatsbezogenen Betriebskosten; Beispiel Beschichtungsautomat A.

nente des Gesamtsystems der Fertigungslinie ist und für jede Komponente andere Auslastungen gelten, ist dieser Wechsel in der Praxis häufig sehr schwierig zu realisieren. Es ist deshalb sinnvoll, für den Zweck der langfristigen Investitionsplanung eine einheitliche und feste Anzahl von Schichten zu unterstellen.

Um den Verlauf der Betriebskosten $c_k(A_{kt})$ in Abhängigkeit der Auslastung A_{kt} in einer geschlossenen mathematischen Formulierung festhalten zu können, soll eine exponentielle Approximation in der folgenden Form angesetzt werden:

$$(2.10) \quad c_k(A_{kt}) = \bar{c}_k (\lambda_k^{(0)} + \lambda_k^{(1)} A_{kt} / \mu_k)$$

mit $0 \leq \lambda_k^{(0)} \leq 1$; $\lambda_k^{(1)} \geq 0$; $\mu_k \geq 0$.

Abbildung 7 bezieht sich auf diese Approximation. Dabei bezeichnet $\bar{c}_k$ die Höhe der Betriebskosten bei "normaler Auslastung", z. B. 90 Prozent. Die Parameter $\lambda_k^{(0)}$, $\lambda_k^{(1)}$ und μ_k sind maschinenspezifische Koeffizienten. Bei $\mu_k > 1$ liegt ein progressiver Anstieg vor; $\mu_k = 1$ ein linearer Anstieg; $\mu_k = 0$ ein konstanter Verlauf unabhängig von der Auslastung. Auch der degressiv ansteigende Verlauf ist durch $0 < \mu_k < 1$ enthalten.

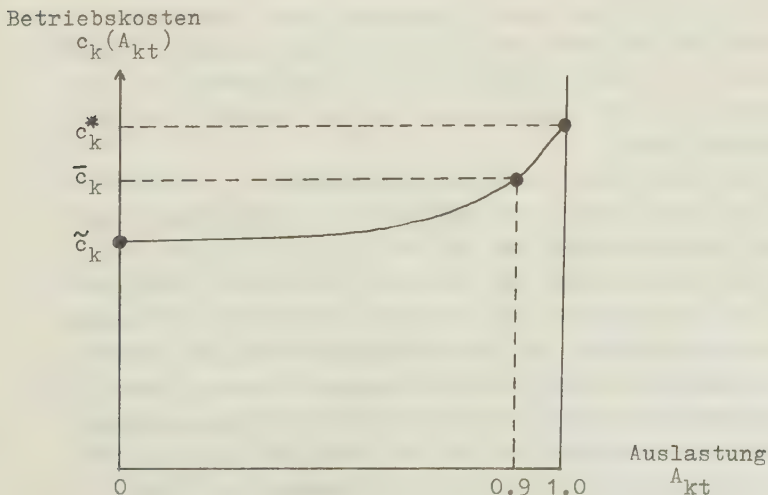


Abbildung 7. Approximation für den Verlauf der aggregats-bezogenen Betriebskosten.

Für die Schätzung der Koeffizienten kann in der Praxis folgender Weg eingeschlagen werden (vgl. Abbildung 7):

- A: Man schätzt neben den Kosten bei Normalauslastung von 90 Prozent, $\bar{c}_k$, noch die Kosten bei einer Maximalauslastung von 100 Prozent, c_k^* und bei sehr geringer Auslastung, $\tilde{c}_k$ (Fixkostenanteil bei $A_{kt} \rightarrow 0$).
- B: Die Koeffizienten der Approximationskurve, die exakt durch diese drei Schätzwerte führt, sind dann durch die folgenden Gleichungen gegeben.

$$(2.11) \quad \lambda_k^{(0)} = \frac{\tilde{c}_k}{\bar{c}_k}$$

$$\lambda_k^{(1)} = \frac{c_k^* - \tilde{c}_k}{\bar{c}_k}$$

und

$$(2.12) \quad \mu_k = \frac{\ln(1 - \lambda_k^{(0)}) - \ln \lambda_k^{(1)}}{\ln 0.9}$$

mit $\lambda_k^{(0)}$, $\lambda_k^{(1)}$ aus (2.11)

Dies läßt sich leicht durch Einsetzen der drei Schätzwerte in (2.10) verifizieren.

Für das Beispiel des Beschichtungsprozesses wurde der Kostenverlauf der Betriebskosten für die Anlagen S, A und B progressiv steigend gewählt, für den Ofen konstant, d. h. unabhängig von der Auslastung. Tabelle 5 enthält die entsprechenden Werte.

Letztlich sind noch die Proportionalkosten d_{kn} zu berücksichtigen. Sie beinhalten insbesondere proportionale Lohnkosten, Materialkosten und den Stückpreis bei Kauf eines Teils vom Lieferanten. Es sind auch die Rohmaterialkosten wegen der unterschiedlichen Schrottanteile bei den einzelnen Wahlalternativen den entscheidungsabhängigen Kosten zuzurechnen; sie können den Anfangsknoten eines jeden Pfades zugeordnet werden. Für das Beispiel sei angenommen, daß die Proportionalkosten an der Ätzanlage und bei der Qualitätsprüfung nicht vom Produktionsweg bzw. Pfad P_n

abhängen also $d_{kn} = d_k$; jedoch hat diese Annahme keinen Einfluß auf die Komplexität des gewählten Beispiels. Tabelle 5 enthält die Werte für die Proportionalkosten.

Als Zielfunktion sollen die undiskontierten Kosten minimiert werden, so daß das Modell mit den Änderungen nach Kapitel 1, Abschnitt d, anzuwenden ist.

Tabelle 5. Variable Kosten.

Maschine / Entscheidungs- alternative (Knoten k)	proportionale Stückkosten in DM (d_k)	aggregatsbezogene bei Normalaus- lastung pro Halbjahr in DM $\bar{c}_k$	Betriebskosten Parameter		
			$\lambda_k^{(0)}$	$\lambda_k^{(1)}$	μ_k
S	1.10	12 000	0.5	0.75	3.85
O	0.20	4 000	1.0	0	0
R	1.50	15 000	0.4	0.8	2.73
A	3.40	37 000	0.65	0.75	7.23
B	2.00	52 000	0.8	0.6	10.43
I	15.40 ⁺)	-	-	-	-
	0.30	-	-	-	-

+) Einkaufspreis bei Bezug von Lieferanten

3. Entwicklung eines angenäherten Lösungsalgorithmus und Anwendung auf das Illustrationsbeispiel.

a) Lösung des Beispiels mit der Gemischt-ganzzahligen Programmierung.

Mit Ausnahme des nichtlinearen Verlaufs der aggregatsbezogenen Betriebskosten $J_{kt}^{(3)}$ in der Zielfunktion hat das Modell eine lineare Struktur; es ist deshalb naheliegend, diesen Kostenterm zu linearisieren und ein Verfahren der Gemischt-ganzzahligen Programmierung anzuwenden.

Dies soll hier zunächst durchgeführt werden. Dabei soll die einfachste Form der Linearisierung gewählt werden, die Approximation durch eine Gerade, wie in Abbildung 8 gezeigt. Es gilt dann für die Betriebskosten einer einzelnen Anlage vom Typ k in Abhängigkeit der Auslastung A_{kt}

$$(3.1) \quad c_k(A_{kt}) = \Gamma_{ko} + \Gamma_{k1}A_{kt}$$

und für den Kostenterm $J_{kt}^{(3)}$ nach (1.16) des Kapitels 1

$$(3.2) \quad J_{kt}^{(3)} = (\Gamma_{ko} + \Gamma_{k1}) \cdot z_{kt} - \Gamma_{k1}v_{kt}.$$

Dabei ist z_{kt} die Zahl der produktiv eingesetzten Maschinen und v_{kt} eine Hilfsvariable, die die Verbindung zur Auslastung der Maschinen herstellt; vgl. (1.8) und (1.9) in Kapitel 1 ($A_{kt} = 1 - v_{kt}/z_{kt}$). Die Gerade (3.1) soll so gewählt werden, daß sie durch denselben Achsenabschnitt (Fixkostenanteil) c_k wie die ursprüngliche Kurve führt, und die Summe der quadratischen Abstände $d_1^2 + d_2^2$ zu den Betriebskosten bei Normalauslastung, $\bar{c}_k$, und bei Maximalauslastung, c_k^* , so klein wie möglich ist; vgl. zu den Schätzwerten $\tilde{c}_k$, $\bar{c}_k$ und c_k^* Kapitel 2, Abschnitt c), Gleichung (2.11). Dann gilt¹⁾

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \Gamma_{ko} &= \tilde{c}_k \\ \Gamma_{k1} &= \frac{(\bar{c}_k - \tilde{c}_k) 0.9 + (c_k^* - \tilde{c}_k)}{1.81} \end{aligned}$$

1) vgl. Linder (1960)

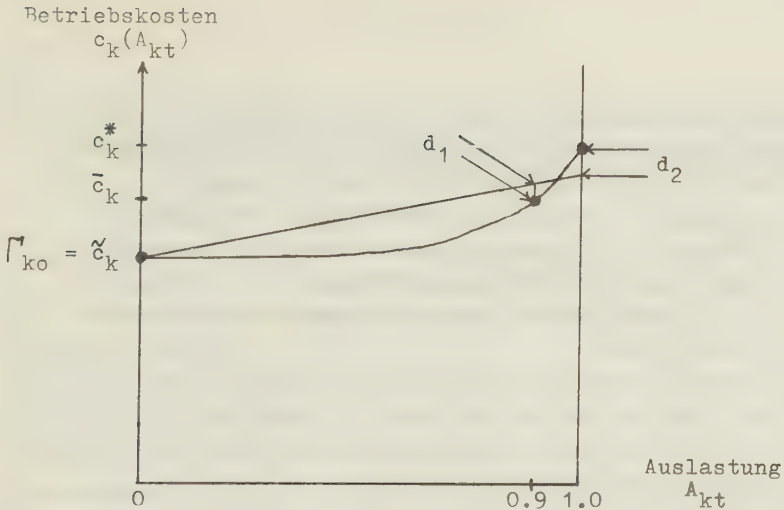


Abbildung 8. Linearisierung der Betriebskosten.

Im linearen Fall sind die Variablen v_{kt} zusätzlich in der Zielfunktion zu berücksichtigen; dies entspricht einer Substitution der Bestimmungsgleichung (1.9) des Modells für die Auslastung A_{kt} in die Zielfunktion. Für das Illustrationsbeispiel ergibt sich damit eine Größe von 145 Variablen - davon 81 ganzzahlig - und 89 Nebenbedingungen. Anhang A enthält die Modellformulierung unter expliziter Berücksichtigung der konkreten Werte des Beispiels für die Parameter (anstelle des umfangreichen "Simplextableau", das nur zu 3 Prozent mit Werten ungleich Null belegt ist)).

Für die meisten Rechenanlagen sind Probleme dieser Größenordnung heute noch nicht zu bewältigen ¹⁾. Lediglich mit sehr großen und schnellen Rechenanlagen läßt sich unter Umständen eine erfolgreiche Suche nach der Optimallösung durchführen. Unter Annahme der mittleren Vorhersage für das

1) vgl. hierzu den Kommentar in der Einleitung, Kapitel 4. Glörfeld (1968) untersucht die Anwendbarkeit für Probleme der Investitions- und Produktionsplanung, Balinski (1965) für allgemeine Probleme; beide Autoren schließen jedoch die heutige Computergeneration nicht ein.

Produktionsprogramm (vgl. Kapitel 2a) wurde das Beispiel auf einer Rechenanlage IBM 360-Modell 65 durchgerechnet, bei Verwendung des IBM-Programms MPSX-MIP. Dieses Programm verwendet als Lösungsalgorithmus eine erweiterte Form des Branch- und Bound-Verfahrens nach Land und Doig (1960). Nach einer relativ langen CPU-Zeit von 32 Minuten konnte die optimale Lösung gefunden werden; sie ist in Tabelle 6 aufgeführt.

Für das mittlere Produktionsprogramm wird danach der größte Teil der Produktion dem Pfad P_2 zugewiesen. Es werden je eine Maschine des Typs A und des Typs R in der 2. Periode des Planungszeitraums angeschafft, eine zweite Maschine R in der 4. Periode. In der 5. und 6. Periode würde die Kapazität A nicht ausreichen (Auslastung = 1.0); anstelle einer Kapazitätserweiterung wird die Möglichkeit der Fremdfertigung gewählt. Ebenso wird die gesamte Produktionsmenge der ersten Periode vom Lieferanten bezogen und dafür der Investitionszeitpunkt für die eigenen Anlagen um eine Periode verzögert. Die Kosten betragen 2 044 000 DM über den Planungszeitraum.

Für die pessimistische und die optimistische Vorhersage wurden keine Rechenläufe durchgeführt.

Die Anwendung der Gemischt-ganzzahligen Programmierung hat zwei Nachteile, die die Entwicklung eines einfachen, angenäherten Lösungsverfahrens rechtfertigen. Einmal können praktische Probleme, wenn überhaupt, nur mit sehr großen Rechenanlagen gelöst werden. Zum anderen können nur lineare Elemente direkt berücksichtigt werden. Andernfalls ist der Umweg über eine Linearisierung notwendig. Dabei erhöht sich bei einer Approximation durch mehrere Polygone die Zahl der Variablen und Restriktionen.¹⁾

Es soll in den folgenden Abschnitten ein solches angenähertes Lösungsverfahren entwickelt und auf das Beispiel angewandt werden.

1) vgl. Hadley (1964)

Tabelle 6. Kostengünstigste Lösung für das mittlere Produktionsprogramm (bei linearisierten Betriebskosten und Anwendung der Gemischt-ganzzahligen Programmierung).

Kosten: 2 044 000 DM

	Periode (Halbjahr)							
	1	2	3	4	5	6	7	8

Investitionsplan:

(Zahl der neuangeschafften Maschinen)

Beschichtungsanlage A	1							
Ätzanlage R	1			1				

Kapazitätsplan:

(Zahl und Auslastung der eingesetzten Maschinen)

Typ A	Zahl	0	1	1	1	1	1	1	1
	Auslastung	0	0.44	0.80	0.94	1.00	1.00	0.80	0.45
Typ R	Zahl	0	1	1	2	2	2	1	1
	Auslastung	0	0.50	0.92	0.54	0.57	0.58	0.90	0.52

Produktionsplan:

(Zuweisung zu den Pfaden)

$P_2 = (A, R, Q)^+$	0	10	20	24	25.93	26.42	21	12
$P_4 = (I, Q)$	5	0	0	0	3.07	8.58	0	0

+) in 1 000 Teilen

Q = Qualitätsprüfung, I = Fremdfertigung

b) Optimierung bei separabler Kostenfunktion.

Es sei eine Struktur des Netzwerks alternativer Entscheidungsmöglichkeiten wie in Abbildung 9 angenommen. Die Pfade $P_1, P_2, \dots, P_N$ verlaufen parallel und besitzen keine gemeinsamen Knoten bzw. Wahlalternativen k .

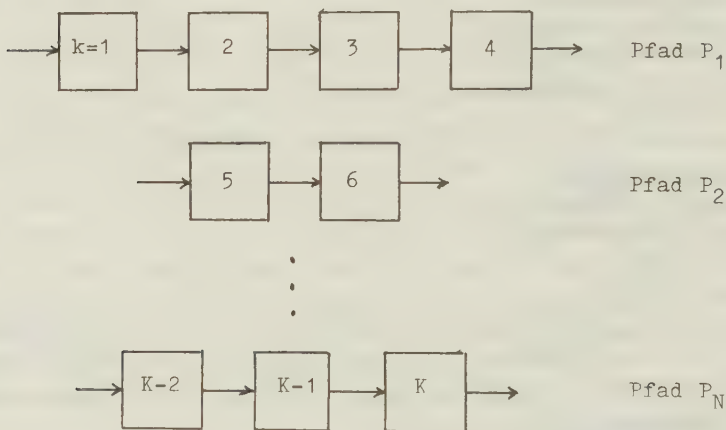


Abbildung 9. Paralleles Netzwerk alternativer Entscheidungsmöglichkeiten.

Da nun keine Verbindung zwischen den Pfaden in Form gemeinsam genutzter Maschinenkapazitäten besteht, läßt sich die Zielfunktion C nach (1.5), Kapitel 1, in die Summe der N Einzelbeiträge der Pfade aufbrechen:

$$(3.4) \quad C = C_1 + C_2 + \dots + C_N$$

Die Zielfunktion ist separabel bezüglich der Pfade P_n .

In Kapitel 1, Abschnitt e, wurde gezeigt, daß die Optimierung des Modells im wesentlichen nur über die Variablen u_{nt} für

die Zuweisung der Produktionsmengen zu den Pfaden zu erfolgen braucht. Zusätzliche Freiheitsgrade bezüglich der Variablen z_{kt} , der Zahl der eingesetzten Maschinen, im Fall des nichtlinearen Verlaufs der Betriebskosten können durch Enumeration beseitigt werden. Die Formulierung der Optimierungsaufgabe lautet:

$$(3.5) \quad \begin{aligned} & \text{Min}_u \left[\text{Min}_z C(u|z) \right] \\ & \text{mit } \sum_{n=1}^N u_{nt} = B_t ; \quad (t = 1, 2, \dots, T) ; \end{aligned}$$

vgl. (1.14).

Der Einfachheit halber soll in Zukunft die Optimierung über z aus den Gleichungen fortgelassen werden; es wird darauf bei der Anwendung auf das Beispiel zurückzukommen sein.

Die Übertragung von (3.5) auf die separable Kostenfunktion (3.4) führt zu

$$(3.6) \quad \begin{aligned} C^* &= \text{Min} \sum_{n=1}^N C_n(u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nT}) \\ & \text{mit } \sum_{n=1}^N u_{nt} = B_t ; \quad (t = 1, 2, \dots, T) . \end{aligned}$$

Dies ist eine bekannte Optimierungsaufgabe, die sich rekursiv als Problem der Dynamischen Programmierung formulieren läßt:¹⁾

$$(3.7) \quad \begin{aligned} & F_N(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_T) = \\ & \text{Min}_{\substack{0 \leq u_{n1} \leq \omega_1 \\ \vdots \\ 0 \leq u_{nT} \leq \omega_T}} \left[F_{N-1}(\omega_1 - u_{n1}, \omega_2 - u_{n2}, \dots, \omega_T - u_{nT}) + C_N(u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nT}) \right] \\ & F_1(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_T) = C_1(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_T) \\ & F_N(B_1, B_2, \dots, B_T) = C^* \end{aligned}$$

1) vgl. Bellman und Dreyfus (1962)

Die T "Zustandsparameter" ω_t und die T "Entscheidungsvariablen" u_{nt} durchlaufen dabei unabhängig eine äquidistante Gitterpunktmenge $\omega_t, u_{nt} \in (0, \Delta_t, 2 \cdot \Delta_t, \dots, R_t \cdot \Delta_t = B_t)$.

Die Funktion $F_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_T)$ entspricht den Kosten, die entstehen, wenn ein Produktionsprogramm der Höhe $(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_T)$ optimal auf die ersten n Pfade $P_1, P_2, \dots, P_n$ verteilt wird; in anderen Worten:

$$(3.8) \quad \begin{aligned} & \text{Min} \sum_{v=1}^n C_v(u_{v1}, u_{v2}, \dots, u_{vT}) \\ & \text{mit} \sum_{v=1}^n u_{vt} = \omega_t \quad (t = 1, 2, \dots, T) \end{aligned}$$

Die rechte Seite der ersten Gleichung (3.7) läßt sich folgendermaßen beschreiben: Gegeben sei eine Zuweisung $(u_{n1}, \dots, u_{nT})$ zu dem Pfad P_n . Eine optimale Entscheidung bei vorgegebener Belegung des Pfades P_n ist stets dadurch ausgezeichnet, daß die verbleibenden Produktionsmengen $(\omega_1 - u_{n1}, \omega_2 - u_{n2}, \dots, \omega_T - u_{nT})$ optimal auf die restlichen Pfade $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ verteilt werden, d. h. die Kosten $F_{n-1}(\omega_1 - u_{n1}, \omega_2 - u_{n2}, \dots, \omega_T - u_{nT})$ haben. Dies entspricht dem sogenannten "Optimalitätsprinzip" nach Bellman. Es genügt dann, für alle möglichen Gitterpunkt-Kombinationen (Entscheidungen) für $u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nT}$ das Optimalitätsprinzip anzuwenden.

Diese Vorgehensweise gestattet es, rekursiv mit $n = 2$ beginnend, eine optimale Aufteilung für das gesamte Produktionsprogramm auf alle N Pfade zu finden. Diese ist durch $F_N(B_1, B_2, \dots, B_T)$ gegeben.

Voraussetzung für die Möglichkeit der Anwendung der Dynamischen Programmierung ist hier die Separabilität der Kostenfunktion bezüglich der Pfade, nicht jedoch die analytische Gestalt der einzelnen Beiträge $C_n(u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nT})$, insbesondere können sie nichtlinear sein. Lediglich wegen der Unstetigkeit dieser Terme kann es unter Umständen notwendig sein, den Abstand zwischen den Gitterpunkten eng zu wählen.

Trotz der rekursiven Optimierungsmöglichkeit ist ein immenses kombinatorisches Problem zu lösen, falls die Zahl der Perioden T

und damit die Zahl der unabhängigen Zustandsparameter $(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_T)$ groß ist. Dies sei an der Abbildung 10 verdeutlicht, die nur einer Dimension $T = 2$ entspricht. Um das Optimalitätsprinzip für den n -ten Pfad anwenden zu können, muß für jede Kombination der beiden Zustandsparameter eine optimale Zuweisung auf $(n-1)$ Pfade errechnet und gespeichert worden sein, d. h. für sämtliche $R_1 R_2$ Gitterpunkte der Abbildung 10. Allgemein sind im T -dimensionalen Fall $R_1 R_2 \dots R_T$ Zuweisungen zu errechnen und zu speichern; der rechnerische Aufwand und der Speicherbedarf nehmen multiplikativ zu. Bereits für eine relativ kleine Zahl von unabhängigen Zustandsparametern sind selbst große Rechenanlagen nicht mehr in der Lage, dieses kombinatorische und speichermäßige Problem zu lösen.¹⁾

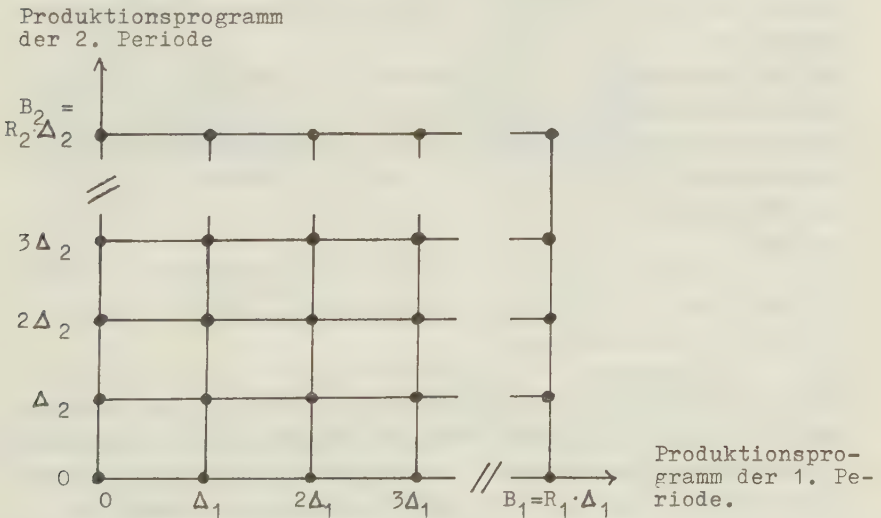


Abbildung 10. Zwei-dimensionale Gitterpunktmenge.

1) Hadley bezeichnet 1964 Probleme mit vier oder mehr unabhängigen Zustandsparametern als in der Regel nicht lösbar (1964; Nachdruck 1970, S. 473)

Es sind deshalb verschiedene Verfahren vorgeschlagen worden, dieses Dimensionsproblem zu reduzieren, im wesentlichen mit Hilfe eines Lagrange-Multiplikators oder iterativen Verfahren wie der "sukzessiven Approximation".¹⁾ Sie alle scheiden für die Anwendung auf das hier behandelte Investitionsproblem wegen der besonderen analytischen Gestalt der Kostenfunktion aus; denn die sukzessive Approximation ist nur dann wirkungsvoll, wenn keine großen zeitlich-vertikalen Interdependenzen zwischen den Perioden vorliegen; gerade dies ist hier nicht zutreffend. Auf die Methode der sukzessiven Approximation soll jedoch unten nochmals zurückgekommen werden; sie soll als zweiter Schritt des angenäherten Verfahrens verwendet werden. Mit Hilfe des Lagrange-Multiplikators läßt sich andererseits die Dimension nur um Eins reduzieren; außerdem werden ebenfalls spezielle Anforderungen an die Zielfunktion gestellt.

Es soll deshalb statt der Verwendung allgemeiner Verfahren der Dimensionsreduzierung versucht werden, die Vielfalt der theoretisch möglichen Kombinationen durch Überlegungen einzuschränken, die sich auf die spezielle Struktur des hier zu behandelnden I n v e s t i t i o n s p r o b l e m s beziehen.

c) Reduktion der kombinatorischen Vielfalt durch problem-spezifische Überlegungen.

Es sei zunächst von der sehr einfachen Annahme ausgegangen, es stünde nur die Anschaffung zweier alternativer Maschinentypen zur Wahl und es wäre die optimale Aufteilung des Produktionsprogramms auf diese beiden Alternativen gesucht.

Die Reduktion der theoretisch möglichen Produktionszuweisungen auf praktisch sinnvolle basiert auf vier Überlegungen, die in Abbildung 11 veranschaulicht sind.

A: In vielen Fällen ist eine relativ gute Entscheidung dadurch gegeben, daß eine der beiden Investitionsmöglichkeiten, z. B. Alternative 1, den größten Teil der

1) vgl. Bellman und Dreyfus (1962), Roberts (1964)

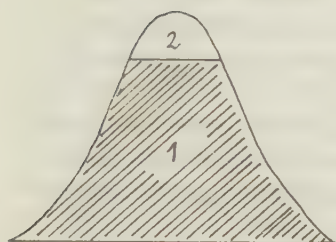


Abb. 11a

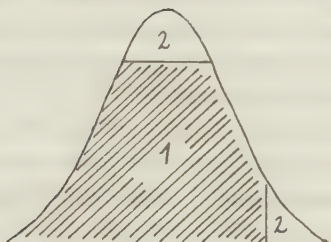


Abb. 11b

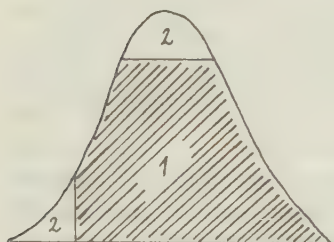


Abb. 11c

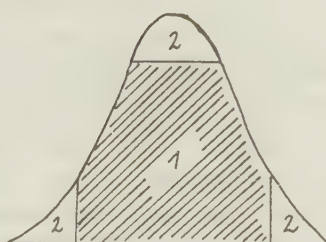


Abb. 11d

Abbildung 11. Annahmen über sinnvolle Investitionsentscheidungen.

Produktion übernimmt - unter Umständen bei Anschaffung mehrerer Maschinen dieses Typs - während Alternative 2 den "Spitzenbedarf" abdeckt, ebenfalls möglicherweise bei Anschaffung mehrerer Maschinen desselben Typs (Abbildung 11a). Diese Situation ist denkbar, wenn auf Grund der Größendegression der Anlagen es nicht wirtschaftlich ist, eine weitere große Anlage des Typs 1 für eine relativ geringe Spitzenproduktion anzuschaffen, sondern statt dessen eine oder vielleicht zwei Anlagen des kleineren Typs 2. Der Grenzfall, daß Alternative 1 die gesamte Produktion übernimmt, ist hier mit eingeschlossen; die weiße Fläche in Abbildung 11a verschwindet dann.

- B: Die zweite Überlegung geht davon aus, daß es in manchen Fällen wirtschaftlicher ist, in der Periode des Produktionsauslaufs die großen Anlagen durch die kleinen zu ersetzen, falls diese kleinen Anlagen bereits vorhanden sind (Abbildung 11b).
- C: Der dritte Fall, Abbildung 11c, entspricht der Vorstellung eines vorzeitigen Kaufs der kleineren Anlagen und damit verbunden einer Verschiebung des Investitionszeitpunkts für die großen und teureren Anlagen.
- D: Der letzte Fall, Abbildung 11d, ist eine Kombination der beiden Fälle B und C.

Unterstellt man diese vier Annahmen als besonders sinnvolle Investitionsentscheidungen und vernachlässigt andere zeitlich-vertikale Kombinationsmöglichkeiten, so läßt sich daraus eine Reduktion des Raumes der Gitterpunkte im Ansatz der Dynamischen Programmierung ableiten:

1. Schritt: Man verschiebt die waagrechte Trennlinie zwischen den beiden Investitionsalternativen (Abbildung 11a) sukzessive und sucht die kostengünstigste Aufteilung des Produktionsprogramms.
2. Schritt: Man wendet anschließend ein spezielles Verfahren an, um die "Randeffekte" zu Beginn und zu Ende des Planungszeitraums nach Abbildung 11b-d zu erfassen.

Die Durchführung des ersten Schritts entspricht der Anwendung der Dynamischen Programmierung mit nur einem einzigen Zustandsparameter, der durch die Verschiebung der Trennlinie und das Produktionsprogramm unterhalb dieser Linie definiert ist; dies wird im nächsten Abschnitt näher erläutert.

Die Durchführung des zweiten Schritts wird hier mit Hilfe der bereits erwähnten sukzessiven Approximation durchgeführt, die der Anwendung der Dynamischen Programmierung auf nur eine einzige Zeitkomponente entspricht, so daß wiederum nur ein einziger Zustandsparameter zu beachten ist. Es zeigt sich dabei, daß mit Hilfe dieses Verfahrens nicht nur die "Randeffekte" erkannt werden können, sondern auch noch eine Verbesserung der durch den 1. Schritt erhaltenen Lösung in der "Mitte" der Lebenskurve erzielt werden kann. Eine nähere Be-

schreibung erfolgt in Abschnitt e) dieses Kapitels.

Das am Beispiel eines paarweisen Alternativenvergleichs abgeleitete Grundkonzept soll nun auf den allgemeineren Fall der N parallelen Pfade nach Abbildung 9 übertragen werden; denn die N Pfade können als N Investitionsalternativen betrachtet werden, wobei jede Alternative sich aus mehreren Einzelkomponenten bzw. Knoten zusammensetzt. Der paarweise Vergleich wird durch einen schrittweisen Vergleich wie in Abbildung 12a verallgemeinert: Die Produktionsmenge unterhalb der Trennlinie wird optimal auf die ersten $(n-1)$ Pfade $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ verteilt, während der Spitzenbedarf überhalb der Trennlinie dem Pfad P_n zugewiesen wird.

Da in der Regel nun nicht von vornherein bekannt ist, welchen Pfaden in der endgültigen Lösung der Spitzenbedarf zugewiesen wird und welche sich die Hauptproduktion teilen, muß das Verfahren in zwei Richtungen durchgeführt werden, einmal von Pfad P_1 startend bis Pfad P_n , das zweite Mal in der umgekehrten Richtung P_n nach P_1 . Der Richtung $P_1 \rightarrow P_n$ entspricht die Bezeichnung "Schnittverfahren I" des nächsten Abschnitts, der Richtung $P_n \rightarrow P_1$ die Bezeichnung "Schnittverfahren II".

An die Anwendung jedes dieser beiden Verfahren schließt sich die sukzessive Approximation an - nun über N Alternativen durchgeführt -, um die Randeffekte aufzudecken und die Lösung des ersten Schrittes zu verbessern.

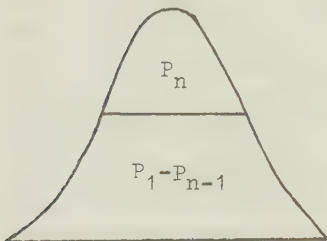


Abb. 12a

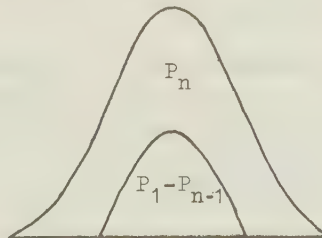


Abb. 12b

Abbildung 12. Schematische Darstellung der Schnittverfahren (Abb. 12b, siehe nächsten Abschnitt).

d) Die Schnittverfahren I und II.

Die parallele Verschiebung der Trennlinie durch die Programmkurve und die daraus resultierende Produktionsmenge Ω_{rt} unterhalb der Trennlinie lässt sich formal darstellen als

$$(3.9) \quad \Omega_{rt} = \text{Min} (r\Delta, B_t) ; \quad r = 0, 1, \dots, R.$$

Dabei ist B_t das Gesamtprogramm, r ein Index für die Zahl $(R + 1)$ der betrachteten Verschiebungen und Δ der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Trennlinien; vgl. Abbildung 13a. Der Abstand Δ ist dabei durch $\Delta = (\text{Max } B_t) / R$ gegeben. Das Produktionsprogramm Ω_{rt} sei im weiteren als "Schnitt" bezeichnet.

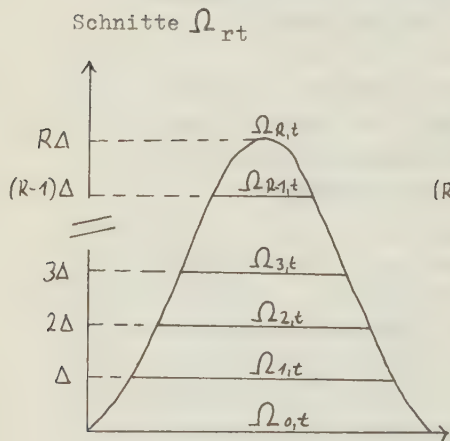


Abb. 13a
Schnittverfahren I

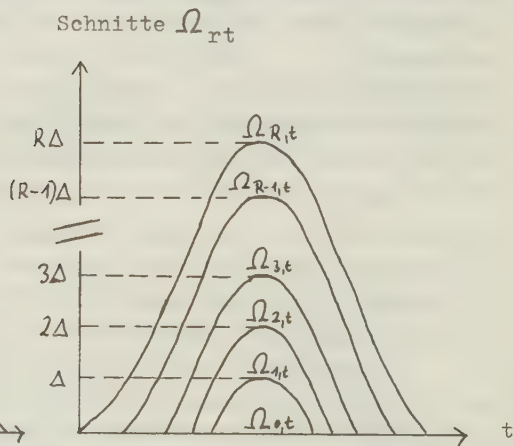


Abb. 13b
Schnittverfahren II

Abbildung 13. Bildung der Schnitte.

Die Anwendung des Prinzips der Optimalität auf den vereinfachten Gitterpunkttraum führt zu der folgenden Aufgabe der Dynamischen Programmierung:

$$\begin{aligned}
 (3.10) \quad & F_N (\Omega_{r1}, \Omega_{r2}, \dots, \Omega_{rT}) = \\
 & \min_{0 \leq i \leq r} \left[F_{N-1} (\Omega_{i1}, \Omega_{i2}, \dots, \Omega_{iT}) + C_N (\Omega_{r1} - \Omega_{i1}, \Omega_{r2} - \Omega_{i2}, \dots, \Omega_{rT} - \Omega_{iT}) \right] \\
 & F_1 (\Omega_{r1}, \Omega_{r2}, \dots, \Omega_{rT}) = C_1 (\Omega_{r1}, \Omega_{r2}, \dots, \Omega_{rT}) \\
 & F_N (B_1, B_2, \dots, B_T) = F_N (\Omega_{R1}, \Omega_{R2}, \dots, \Omega_{RT}) = C^*
 \end{aligned}$$

Da die einzelnen Ω_{rt} für festes r in ihrer Zeitkomponente t durch (3.9) festliegen und einem bestimmten Schnitt durch die Gitterpunktmenge entsprechen, liegt nur ein einziger Zustandsparameter vor. Wegen der Äquidistanz der Verschiebung der Trennlinie kann der Zustandsparameter durch den Index r ausgedrückt werden. Es sei jedoch vermerkt, daß in der Formulierung (3.10) die Äquidistanz nicht notwendig ist; es könnten auch unterschiedliche Abstände zwischen den Trennlinien in der Abbildung 13a gewählt werden.

Das Verfahren soll als "Schnittverfahren I" bezeichnet werden; es optimiert rekursiv in der Reihenfolge $P_1 \rightarrow P_N$.

"Schnittverfahren II" führt hingegen die Optimierung in der umgekehrten Reihenfolge $P_N \rightarrow P_1$ aus. Dies kann indirekt, ohne daß explizit die Reihenfolge der Pfade in (3.10) verändert wird, durch eine andere Schreibweise der Schnitte Ω_{rt} erreicht werden. Schnittverfahren II besagt, daß dem n -ten Pfad P_n in (3.10) der Hauptteil der Produktion unterhalb der Trennlinie zugewiesen wird, während die Aufteilung des Spitzenbedarfs unter den ersten $(n - 1)$ Pfaden $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ erfolgt. Abbildung 12b erfüllt dies, indem nun eine Trennlinie im gleichen Abstand zu jedem Punkt der Programmkurve gezogen und sukzessive verschoben wird. Die obere Fläche der Abbildung 12a entspricht der unteren der Abbildung 12b, nur die Reihenfolge der Pfade ist vertauscht. Die neuen Schnitte sind gegeben durch

$$(3.11) \quad \Omega_{rt} = \max (B_t - (R-r) \cdot \Delta, 0) \quad ; \quad r = 0, 1, 2, \dots, R;$$

sie sind in Abbildung 13b schematisch dargestellt.

Die Anwendung von (3.10) in unveränderter Reihenfolge auf die Schnitte (3.11) definiert das Schnittverfahren II.

e) Verbesserung der Lösung durch die sukzessive Approximation.

Zur Verbesserung der durch die Anwendung der Schnittverfahren I und II gefundenen Lösungen soll das Verfahren der "sukzessiven Approximation"¹⁾ angewandt werden (successive approximation in policy space). Es ist insbesondere geeignet, die erwähnten "Randeffekte" am Anfang und Ende der Programmkurve aufzudecken, vgl. Abbildung 11b-d, kann jedoch auch die Lösungen in der "Mitte" der Programmkurve verbessern. Die Idee des Verfahrens besteht darin, alle Dimensions- bzw. Zeitkomponenten einer bereits gefundenen angenäherten Lösung bis auf eine Komponente unverändert zu halten und nur diese einem nochmaligen Optimierungsprozeß zu unterwerfen.

Es sei

$$(u_{nt}^{(0)}) ; \quad n = 1, 2, \dots, N ; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

eine angenäherte Lösung des ursprünglichen Problems (3.6), die z. B. mit Hilfe der Schnittverfahren I oder II gefunden wurde. Die Kosten seien durch $C^{(0)}$ gegeben. Die Anwendung der sukzessiven Approximation auf die erste Zeitkomponente entspricht dann der Optimierungsaufgabe

$$(3.12) \quad C^{(1)} = \min \sum_{n=1}^N C_n(u_{n1}, u_{n2}^{(0)}, u_{n3}^{(0)}, \dots, u_{nT}^{(0)})$$

mit $\sum_{n=1}^N u_{n1} = B_1$.

Es gilt dabei $C^{(1)} \leq C^{(0)}$, da die ursprüngliche Lösung im zulässigen Lösungsraum mitenthalten ist. Der optimale Wert für u_{n1} sei mit $u_{n1}^{(1)}$ bezeichnet.

Der zweite Schritt des Verfahrens besteht in der Lösung des Problems:

1) vgl. Bellman und Dreyfus (1962)

$$(3.13) \quad C^{(2)} = \text{Min} \sum_{n=1}^N C_n(u_{n1}^{(1)}, u_{n2}, u_{n3}^{(0)}, \dots, u_{nT}^{(0)})$$

$$\text{mit} \sum_{n=1}^N u_{n2} = B_2 \quad .$$

es folgt $C^{(2)} \leq C^{(1)}$.

Dieser Iterationsprozeß wird fortgeführt, bis keine Veränderung der Lösungen mehr auftritt. Unter Umständen wird dabei der Planungszeitraum mehrmals durchlaufen, jedoch ändert sich eine Lösung dann nicht mehr, wenn die letzten T Iterationsschritte keine Verbesserung mehr gebracht haben; denn dann ist der nächste Schritt identisch mit dem Schritt, der T Iterationen zuvor durchgeführt wurde.

Da in der sukzessiven Approximation nur eine einzige Zeitkomponente variiert wird¹⁾, werden in der Regel nur solche Elemente der Ausgangslösung verbessert, die sich isoliert auf eine Periode beziehen, z. B. die Aufteilung der Produktion bei u n v e r ä n d e r t e r Zahl der vorhandenen Maschinen oder die Verzögerung oder Vorziehung der Investitionszeitpunkte um eine Periode. Die "Randeffekte" entsprechen meist Änderungen dieser Art. Dagegen werden Elemente der Lösung mit einer starken zeitlich-vertikalen Interdependenz, etwa die Günstigkeit der Anschaffung einer vorher nicht berücksichtigten Maschine, nicht erkannt.

Die Optimierungsaufgaben der sukzessiven Approximation sind vom selben Typ wie die ursprüngliche Aufgabe (3.6); nur ist hier die Dimension gleich Eins. Sie lassen sich deshalb ohne Schwierigkeiten mit Hilfe der Dynamischen Programmierung analog (3.7) lösen, wobei ein einziger Zustandsparameter zu berücksichtigen ist. Für die erste Iteration, entsprechend (3.12) gilt dann

$$(3.14) \quad F_n(\omega) = \text{Min}_{0 \leq u_{n1} \leq \omega} [F_{n-1}(\omega - u_{n1}) + C_n(u_{n1}, u_{n2}^{(0)}, u_{n3}^{(0)}, \dots, u_{nT}^{(0)})]$$

$$F_1(\omega) = C_1(\omega, u_{n2}^{(0)}, u_{n3}^{(0)}, \dots, u_{nT}^{(0)})$$

$$F_N(B_1) = C^{(1)}$$

Analog lassen sich die nächsten Iterationsschritte nach (3.13), usw. lösen.

1) Theoretisch ließen sich auch noch 2 oder 3 Komponenten gleichzeitig variieren, jedoch kommt man dann bald wieder zu "Dimensionsschwierigkeiten".

f) Anwendung auf das Illustrationsbeispiel

Das Beispiel des Beschichtungsprozesses entspricht in seiner Struktur zwar nicht den Voraussetzungen eines parallelen Netzwerks alternativer Entscheidungsmöglichkeiten mit separabler Zielfunktion, dennoch lassen sich die abgeleiteten Verfahren anwenden.

Abbildung 14a zeigt nochmals das Netzwerk des Beispiels. Verletzungen der Parallelität liegen bei den Knoten R ($k=3$) und Q ($k=7$) vor. Der Knoten Q, der die Qualitätsprüfung am Ende der Linie bezeichnet, verletzt jedoch die Separabilitätsbedingung nicht; denn es sind dort keine unteilbaren Maschinenkapazitäten zu berücksichtigen, sondern nur variable Kosten der Form

$$\sum_{t=1}^T \sum_{\substack{n \text{ mit} \\ k \in P_n}} \frac{d_{k(n)}}{1-s_{knt}} u_{nt}$$

in der Zielfunktion. Dieser Term ist separabel bezüglich u_{nt} und damit der Pfade P_n . Er kann, wie in Abbildung 14b angedeutet, aufgespalten werden.

Anders bei dem Knoten R ($k=3$). Hier tritt eine echte Verletzung der Separabilität auf, denn es werden Maschinen betrachtet, die gemeinsam von den Pfaden P_1 und P_2 benutzt werden. Zudem hängen Bearbeitungszeiten und Anteil des Schrotts an der Anlage R von der Aufteilung der Produktion auf die Pfade P_1 und P_2 ab, vgl. Kapitel 2, Tabellen 2 und 3b. Dieses Problem läßt sich jedoch überwinden, indem in einem ersten Schritt zunächst die optimale Aufteilung für jede Schnittmenge Ω_{rt} auf die beiden Pfade P_1 und P_2 getrennt errechnet wird und anschließend die Lösung als ein gemeinsamer paralleler Pfad entsprechend Abbildung 14b zu den beiden weiteren Pfaden P_3 und P_4 zugefügt wird. Im Prinzip läuft dies auf eine Zerlegung eines allgemeinen Netzwerks in ein paralleles durch getrennte "Voroptimierung" von Teilen des allgemeinen Netzwerks hinaus. Dieser Punkt soll im nächsten Abschnitt g nochmals kurz angesprochen werden.

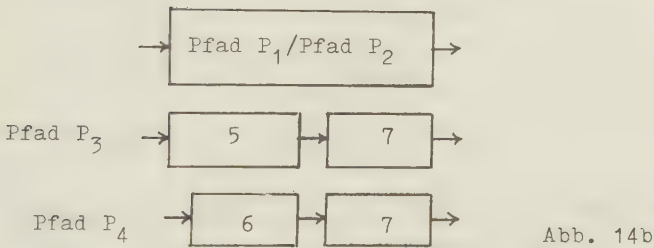
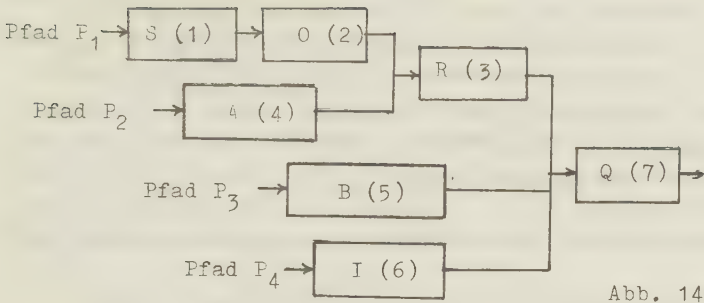


Abbildung 14. Behandlung des Illustrationsbeispiels als separables Zuweisungsproblem.

Die Voroptimierung der Pfade P_1 und P_2 geschieht durch die Anwendung von

$$(3.15) \quad H(\Omega_{r1}, \Omega_{r2}, \dots, \Omega_{rT}) =$$

$$\min_{0 \leq i \leq r} C_{1,2}(\Omega_{i1}, \Omega_{i2}, \dots, \Omega_{iT}; \Omega_{r1} - \Omega_{i1}, \Omega_{r2} - \Omega_{i2}, \dots, \Omega_{rT} - \Omega_{iT}).$$

Dabei ist $C_{1,2}(u_1; u_2)$ die gemeinsame Kostenfunktion für die Pfade P_1 und P_2 , falls die Produktionsmengen $u_1 = (u_{1,1}, u_{1,2}, \dots, u_{1T})$ dem Pfad P_1 und $u_2 = (u_{2,1}, u_{2,2}, \dots, u_{2T})$ dem Pfad P_2 zugewiesen werden. Die Durchführung von (3.15) hat dieselbe kombinatorische Struktur wie die Anwendung der Schnittverfahren auf die parallelen Pfade, d. h. es müssen für jeden Schnitt Ω_{rt} r Berechnungen gemacht und in der Min-Anweisung verglichen werden. Vom rechnerischen Aufwand ist deshalb die Voroptimierung der Pfade P_1 und P_2 und die anschließende Durchführung der Schnittverfahren für die drei parallelen Pfade P_1/P_2 ,

P_3 und P_4 identisch mit einer Anwendung der Schnittverfahren auf 4 parallele Pfade. Durch die Verletzung der Separabilitätsbedingung erhöht sich für das Illustrationsbeispiel der rechnerische Aufwand nicht.

Die drei sukzessiv durchzuführenden Schritte der Schnittverfahren sind dann gegeben durch:

$$F_1(\Omega_{r1}, \Omega_{r2}, \dots, \Omega_{rT}) = H(\Omega_{r1}, \Omega_{r2}, \dots, \Omega_{rT}) \text{ nach (3.15)}$$

$$(3.16) \quad F_2(\Omega_{r1}, \Omega_{r2}, \dots, \Omega_{rT}) = \min_{0 \leq i \leq r} [F_1(\Omega_{i1}, \Omega_{i2}, \dots, \Omega_{iT}) + C_3(\Omega_{r1} - \Omega_{i1}, \Omega_{r2} - \Omega_{i2}, \dots, \Omega_{rT} - \Omega_{iT})]$$

$$F_3(B_1, B_2, \dots, B_T) = \min_{0 \leq i \leq R} [F_2(\Omega_{i1}, \Omega_{i2}, \dots, \Omega_{iT}) + C_4(B_1 - \Omega_{i1}, B_2 - \Omega_{i2}, \dots, B_T - \Omega_{iT})]$$

Dabei bezeichnen $C_3(u_3)$ und $C_4(u_4)$ die Kosten, falls dem Pfad P_3 eine Produktionsmenge $u_3 = (u_{3,1}, u_{3,2}, \dots, u_{3,T})$ und dem Pfad P_4 eine Menge $u_4 = (u_{4,1}, u_{4,2}, \dots, u_{4,T})$ zugewiesen werden.

Die Optimierung wurde mit einem eigenen FORTRAN-Programm auf einer kleineren Rechenanlage IBM 1130 durchgeführt; Anhang B enthält ein grobes Blockdiagramm des Programms. Der Kernspeicherbedarf für Programm und Datenspeicherung war nur etwa 10 000 Worte. Die Zeit für einen vollständigen Lauf für beide Schnittverfahren und die sukzessiven Approximationen betrug etwa eine halbe Stunde¹⁾; auf einer Großrechenanlage würden dafür nur ein oder zwei Minuten CPU-Zeit erforderlich sein.

Die Ergebnisse sind in den folgenden Tabellen enthalten. Sie beziehen sich alle zunächst auf die mittlere Schätzung des Produktionsprogramms. Die beiden anderen Schätzungen werden erst im 4. Kapitel bei der Diskussion der Ergebnisse berücksichtigt.

Tabelle 7 enthält für das Schnittverfahren I die verwendeten

1) Für die mittlere Schätzung des Produktionsprogramms und bei einer Zahl von 8 Schnitten, vgl. Tabelle 7.

Schnitte, die nach (3.9) durch

$$(3.17) \quad \Omega_{rt} = \text{Min } (r \cdot \Delta, B_t) ; \quad r = 0, 1, 2, \dots, R$$

gegeben sind. Dabei ist der Abstand $\Delta = 5\ 000$ gewählt, es ergibt sich eine Zahl von 8 verschiedenen Schnitten.

Es seien in Zukunft der Einfachheit halber die Schnitte in Vektorenschreibweise $\Omega_r = (\Omega_{r1}, \Omega_{r2}, \dots, \Omega_{rT})$ unter Weglassung des Zeitindex bezeichnet, ebenso $B = (B_1, B_2, \dots, B_T)$.

Tabelle 7. Schnitte Ω_r für das Schnittverfahren I
(in 1 000 Einheiten)

Schnitte Ω_r	Halbjahr t =							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Ω_0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ω_1	5	5	5	5	5	5	5	5
Ω_2	5	10	10	10	10	10	10	10
Ω_3	5	10	15	15	15	15	15	12
Ω_4	5	10	20	20	20	20	20	12
Ω_5	5	10	20	24	25	25	21	12
Ω_6	5	10	20	24	29	30	21	12
$\Omega_{7=(B)}$	5	10	20	24	29	35	21	12 ⁺)

+) Ω_7 entspricht dem mittleren Produktionsprogramm B,
vgl. Tabelle 1, Kapitel 2.

Tabelle 8 zeigt die Ergebnisse der Anwendung des Schnittverfahrens I nach (3.15) und (3.16) in Form eines vollständigen Tableau.

Der erste Teil der Tabelle entspricht der "Voroptimierung" für die Pfade P_1 und P_2 . Die linke Spalte gibt den Wert des Zustandsparameters in (3.15), Ω_r , an, die Kopfleiste zeigt den Wert der Zuweisung $u_1 = \Omega_i$ auf Pfad P_1 ($i \leq r$) und entsprechend $u_2 = \Omega_r - \Omega_i$ auf Pfad P_2 . Die Werte in der Tabelle entsprechen der rechten Seite von (3.15) vor Anwendung der Min-Anweisung; das Minimum einer jeden Zeile ergibt die minimalen Kosten $H(\Omega_r)$ der linken Seite von (3.15) bzw. $F_1(\Omega_r)$ in (3.16).

Der zweite und dritte Teil des Tableau entspricht den beiden

Tabelle 8. Optimierungstableau für das Schnittverfahren I
(in DM 1 000)

Entscheidungs- variable $u_2 = \Omega_r -$	Zustands- parameter Ω_r								
		Ω_0	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6	$\Omega_7(=B)$
$\Omega_7(=B)$		2071	2412	2299	2402	2467	2479	2492	2369
Ω_6		2035	2203	2250	2364	2433	2445	2264	
Ω_5		1743*	2116	2186	2304	2373	2111		
Ω_4		1573	1981	2089	2208	1899			
Ω_3		1383	1811	1889	1555				
Ω_2		1208	1636	1229					
Ω_1		991	854						
Ω_0		0							
$u_3 = \Omega_r -$	Ω_r								
		Ω_0	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6	$\Omega_7(=B)$
$\Omega_7(=B)$		2236	2607	2461	2402	2183	2135	2294	2071
Ω_6		2014	2545	2441	2171	2142	2122	2035	
Ω_5		1923	2509	2121	2105	2118	1743*		
Ω_4		1861	2431	2005	2065	1573			
Ω_3		1753	1789	1936	1383				
Ω_2		1104	1715	1208					
Ω_1		1001	854						
Ω_0		0							
$u_4 = \Omega_r -$	Ω_r								
		Ω_0	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6	$\Omega_7(=B)$
$\Omega_7(=B)$		3073	3142	2705	2455	2154	2030*	2124	2071

* = kostengünstigste Lösung

Stufen der Optimierung des parallelen Netzwerks nach (3.16). Dabei ist die Interpretation ähnlich der des ersten Teils. Die Spalten entsprechen den Werten des Zustandsparameters, die Kopfzeilen enthalten den Wert der gemeinsamen Zuweisung Ω_i auf die vorangehenden Pfade, während die "Entscheidung" der betreffenden Stufe durch $u_3 = \Omega_r - \Omega_i$ im zweiten Teil der Tabelle bzw. $u_4 = \Omega_7 - \Omega_i = B - \Omega_i$ im dritten Teil der Tabelle gegeben ist. Dabei genügt es, in der dritten Stufe nur das gesamte Produktionsprogramm als Wert des Zustandsparameters zu berücksichtigen. Die Werte in den Tabellen entsprechen wiederum den rechten Seiten von (3.16) vor Anwendung der Min-Anweisung; das Minimum einer jeden Zeile ergibt $F_2(\Omega_r)$ bzw. $F_3(B)$. Ein numerisches Beispiel für die schrittweise Berechnung der Kostenwerte findet sich in Anhang C.

Die kostengünstigste Lösung nach Anwendung des Schnittverfahrens I ist durch das Zeilenminimum des dritten Teils der Tabelle gegeben. Die Kosten sind 2 030 000 DM. Der Wert der Entscheidungsvariablen u_4 , die Zuteilung zu Pfad P_4 , ist nach Tabelle 7

$$(3.18) \quad u_4 = \Omega_7 - \Omega_5 = (0, 0, 0, 0, 4, 10, 0, 0),$$

d. h. es werden dem Pfad P_4 (Fremdfertigung) in der 5. Periode 4 000 und in der 6. Periode 10 000 Mengeneinheiten zugewiesen. Die Zuweisung zum Pfad P_3 ist durch das Minimum in der Zeile Ω_5 des zweiten Tabellenteils gegeben, da das noch zu verteilende Produktionsprogramm Ω_5 beträgt; also

$$(3.19) \quad u_3 = \Omega_5 - \Omega_5 = 0.$$

Dem Pfad P_3 wird keine Produktion zugewiesen. Die Zuweisung zu den Pfaden P_1 und P_2 erhält man entsprechend aus dem ersten Tabellenteil, Zeile Ω_5 :

$$(3.20) \quad \begin{aligned} u_2 &= \Omega_5 - \Omega_0 = \Omega_5 = (5, 10, 20, 24, 25, 25, 21, 12) \\ u_1 &= \Omega_0 = 0 \end{aligned}$$

Pfad P_2 mit den Anlagen A und R erhält damit den größten Teil der Produktion, während der Spitzenbedarf in den Perioden 5 und 6 vom Lieferanten bezogen wird (P_4).

Für jede dieser Lösungen liegen neben den Zuweisungen zu den Pfaden noch die Angaben über die Zahl der angeschafften und der eingesetzten Maschinen vor (vgl. Anhang C), jedoch soll es hier vorerst genügen, die Lösungen durch die Variablen u_{nt} zu kennzeichnen.

Tabelle 9. Erste Iteration bei der Anwendung der sukzessiven Approximation auf das Ergebnis des Schnittverfahrens I.

Zustands- parameter (ω)	$F_1(\omega)$	$u_{2,1}(\omega)$	$F_2(\omega)$	$u_{3,1}(\omega)$	$F_3(\omega)$	$u_{4,1}(\omega)$
5.0	1743	5.0	1743	0	1994*	5.0
4.29	1737	4.29	1737	0		
3.57	1731	3.57	1731	0		
2.86	1725	2.68	1725	0		
2.14	1719	2.14	1719	0		
1.43	1713	1.43	1713	0		
0.71	1707	0.71	1707	0		
0	1609	0*	1609	0*		

* = kostengünstigste Lösung

Als nächstes ist nun das Verfahren der sukzessiven Approximation auf die gefundene Lösung nach dem Schnittverfahren I anzuwenden. Dabei werden nur die Variablen der ersten Periode, u_{n1} , für einen nochmaligen Optimierungsprozeß freigegeben, während alle anderen Produktionsvariablen für $t \neq 1$ die Werte der bisherigen Lösung nach (3.18-20) beibehalten, $u_{nt}^{(0)}$. Die Optimierung geschieht wieder durch die Anwendung der Dynamischen Programmierung nach (3.14). Der Zustandsparameter und die Variablen u_{n1} sollen dabei die Gitterpunktmenge $(0, 0.71, 1.43, 2.14, 2.86, 3.57, 4.29, 5.0 = B_1)$

durchlaufen. Sie entspricht der Unterteilung der gesamten Produktionsmenge der ersten Periode (in 1 000 Einheiten) in 8 äquidistante Punkte.¹⁾ Wie bei der Anwendung des Schnittverfahrens I ist für die Pfade P_1 und P_2 eine "Voroptimierung" notwendig. Sie verläuft analog wie (3.15):

1) Das Rechnerprogramm wurde so konzipiert, daß nur einmal zu Beginn des gesamten Optimierungsverfahrens die Zahl der Schritte, R, festgelegt werden mußte, so daß das Schnittverfahren I und sämtliche Iterationen der anschließenden sukzessiven Approximation dieselbe Schrittzahl $R=8$ besitzen.

$$(3.21) \quad H(\omega) = \min_{0 \leq u_{2,T}} [C_{1,2}(\omega - u_{2,1}, u_{1,2}^{(0)}, \dots, u_{1,T}^{(0)}; u_{2,1}, u_{2,2}^{(0)}, \dots, u_{2,T}^{(0)})]$$

Die Anwendung von (3.14) mit $F_1(\omega) = H(\omega)$ und der gleichen Reihenfolge der Pfade ist in Tabelle 9 enthalten. Dabei sind nicht mehr das gesamte Tableau aufgeführt, sondern nur noch die Zeilenminima und die Werte der dazugehörigen Entscheidungsvariablen u_{n1} in Abhängigkeit des Zustandsparameters ω , geschrieben als $u_{n1}(\omega)$.

Die kostengünstigste Lösung nach dem ersten Iterationsschritt ergibt sich damit wieder von rückwärts mit der Entscheidung $u_{4,1}$ beginnend, also

$$u_{4,1} = 5.0,$$

d. h. die gesamte Produktionsmenge der ersten Periode wird dem Pfad P_4 zugewiesen; entsprechend erhalten die anderen Pfade keine Zuweisungen. Die neue Lösung ist damit:

$$(3.22) \quad \begin{aligned} u_1 &= 0 \\ u_2 &= (0, 10, 20, 24, 25, 25, 21, 12) \\ u_3 &= 0 \\ u_4 &= (5, 0, 0, 0, 4, 10, 0, 0) \end{aligned}$$

Die Kosten der neuen Lösung sind 1 994 000 DM.

Es ergibt sich damit im Vergleich zur Ausgangslösung (3.18-20) eine Umlagerung der Produktionsmenge der ersten Periode von Pfad P_2 nach Pfad P_4 , der Investitionszeitpunkt für die Maschinen des Pfades P_2 wird um eine Periode verschoben, dafür wird von der Möglichkeit der Fremdfertigung Gebrauch gemacht (Pfad P_4). Die Kostenverbesserung gegenüber der alten Lösung beträgt 36 000 DM.

Auf eine Ausführung der weiteren Schritte sei hier verzichtet. Es stellt sich nämlich dabei heraus, daß lediglich die 1. Iteration eine Verbesserung bringt.

Ebenso sei auf eine ausführliche Behandlung der Optimierung nach dem Schnittverfahren II verzichtet und statt dessen auf den Anhang D verwiesen, der die Ergebnistabellen für dieses Verfahren enthält. Es ergibt sich dabei im ersten Schritt vor Anwendung der sukzessiven Approximation eine schlechtere Lösung als bei Schnittverfahren I, nämlich die Zuweisung der Gesamtproduktion zu Pfad P_2 mit den Kosten

von 2 071 000 DM¹⁾. Daß die Möglichkeit, den Spitzenbedarf der 5. und 6. Periode vom Lieferanten zu beziehen, hier nicht erkannt worden ist, überrascht nicht; denn bedingt durch die Rückwärtsrechnung $P_4 \rightarrow P_1$ ist der Pfad P_4 der einzige, der nie die Spitzenmenge zugewiesen bekommt. Mit Hilfe der sukzessiven Approximation kann jedoch nach dem 6. Iterationsschritt ein nahezu mit (3.22) identisches Endergebnis erzielt werden²⁾:

$$(3.23) \quad \begin{aligned} u_1 &= 0 \\ u_2 &= (0, 10, 20, 24, 24.85, 25, 21, 12) \\ u_3 &= 0 \\ u_4 &= (5, 0, 0, 0, 4.15, 10, 0, 0) \end{aligned}$$

mit den Kosten von 1 995 000 DM.

Die mit Hilfe des hier beschriebenen angenäherten Verfahrens gefundene beste Lösung (3.22) ist nochmals in Tabelle 10 zusammengestellt, unter Einbeziehung der Ergebnisse für den Investitions- und den Kapazitätsplan.

Es zeigt sich dabei eine Eigenart, die durch die Nichtlinearität der aggregatsbezogenen Betriebskosten bedingt ist: Es werden in der 7. Periode 2 Maschinen des Typs R eingesetzt, obwohl die mittlere Auslastung nur 45 Prozent beträgt und deshalb eine Anlage bei 90 Prozent Auslastung ausreichen würde. Es ist jedoch kostengünstiger, die Auslastung zu senken und dafür alle beiden vorhandenen Anlagen einzusetzen. Hier wird der Aspekt der bereits mehrfach erwähnten Enumeration der Variablen y_{kt} für die eingesetzten Maschinen sichtbar: Es werden zuerst für den durch das Schema der Dynamischen Programmierung vorgegebenen Produktionsplan die Zahl der benötigten Maschinen so klein wie möglich gewählt, um die Produktion noch bewältigen zu können ($v_{kt} < 1$ in Kapitel 1, Abschnitt e). Daraus werden die Neuanschaffungen bzw. der Investitionsplan abgeleitet. Anschließend wird in den Fällen, wo Maschinen frei stehen - dies trifft in der Lösung der Tabelle 10 nur für den Anlagentyp R in den letzten beiden

1) vgl. auch den Wert für $u_4 = \Omega_7 - \Omega_7$ in der Tabelle 8, der derselben Lösung entspricht.

2) Der Unterschied zu (3.22) in der 5. Zeitkomponente ist durch das verwendete Gitterpunktsystem begründet, das den Wert 4.0 nicht enthält, sondern statt dessen 4.15 (=29/7). Dagegen war die Lösung $u_{4,5}=4$ bei Schnittpunktverfahren I bereits in der Ausgangslösung enthalten.

Perioden zu -, die Zahl der eingesetzten Maschinen schrittweise erhöht, bis alle leer stehenden Maschinen eingesetzt sind. Hier sind also nur zwei Enumerationsschritte notwendig, wobei die Erhöhung der Zahl der Anlagen R in der 7. Periode zu Kostenverbesserungen führte; dagegen konnte keine Verbesserung in der 8. Periode erzielt werden.

Tabelle 10. Kostengünstigste Lösung bei Anwendung des ange-näherten Lösungsverfahrens.

Kosten: 1 994 000 DM

		Periode (Halbjahr)							
		1	2	3	4	5	6	7	8
<u>Investitionsplan:</u>									
(Zahl der neuange-schafften Maschinen)									
Beschichtungsanlage A			1						
Ätzanlage R		1			1				
<u>Kapazitätsplan:</u>									
(Zahl und Auslastung der eingesetzten Maschinen)									
Typ A	Zahl	0	1	1	1	1	1	1	1
	Auslastung	0	0.44	0.80	0.94	0.96	0.95	0.80	0.45
Typ R	Zahl	0	1	1	2	2	2	2	1
	Auslastung	0	0.50	0.92	0.54	0.55	0.55	0.45	0.52

Produktionsplan:

(Zuweisung zu den Pfaden)

$P_2 = (A, R, Q)^+$	0	10	20	24	25	25	21	12
$P_4 = (I, Q)$	5	0	0	0	4	10	0	0

+) in 1 000 Teilen

Q = Qualitätsprüfung, I = Fremdfertigung

Es ist naheliegend, die gefundene Lösung mit der Lösung des linearisierten Problems durch die Gemischt-ganzzahlige Programmierung zu vergleichen. Letztere ist in der Tabelle 6 des Abschnitts a dieses Kapitels gegeben. Beide Lösungen sind im wesentlichen identisch, nur in den Perioden 5 und 6

werden unterschiedliche Aufteilungen der Produktion auf die Pfade P_2 und P_4 gewählt. Die Kosten sind nicht unmittelbar vergleichbar; denn die Lösung nach der Gemischt-ganzzahligen Programmierung ging von linearisierten Betriebskosten aus, welche für die meisten Auslastungswerte etwas höher als die ursprünglichen, progressiv-ansteigenden Kosten liegen; vgl. Abbildung 8, Abschnitt a dieses Kapitels. Jedoch kann die gefundene lineare Lösung nachträglich leicht korrigiert werden, unter Berücksichtigung der nichtlinearen Betriebskosten. Es ergeben sich dann die Kosten von 1 980 000 DM; es liegt damit eine etwas bessere Lösung vor, als mit dem angenäherten Verfahren ermittelt wurde (1 996 000 DM). Jedoch beträgt der Unterschied weniger als 1 Prozent. Zudem wäre mit einer enger gewählten Gitterpunktmenge für die sukzessive Approximation dasselbe Ergebnis erzielt worden.

Es kann also gefolgert werden, daß beide Verfahren dieselbe Lösung gefunden haben.¹⁾ Dabei ist der Aufwand an Rechenzeit und Speicherbedarf für das angenäherte Verfahren nur ein Bruchteil des Aufwands für die Gemischt-ganzzahlige Programmierung. Während im letzten Fall die Grenzen der Lösbarkeit bereits bei einer Struktur wie der des betrachteten Beispiels erreicht sind, kann das angenäherte Verfahren durchaus noch kompliziertere Fälle lösen. Darauf sei kurz im nächsten Abschnitt eingegangen.

g) Einige Bemerkungen zum Lösungsverfahren.

Voraussetzung für die Anwendung des angenäherten Lösungsverfahrens ist die Separabilität der Kostenfunktion bezüglich der verschiedenen Pfade oder in anderen Worten die Parallelität der Pfade im Netzwerk der Entscheidungsalternativen. Jedoch bereits die Anwendung auf das Illustrationsbeispiel zeigt, daß Verletzungen dieser Voraussetzung kleinerer Art die Anwendbarkeit nicht einschränken.

Bei Nicht-Parallelität muß das Netzwerk zunächst in parallele Teilnetzwerke zerlegt und für diejenigen Teilnetzwerke, die aus mehreren Pfaden bestehen, eine "Voroptimierung" für

1) Es handelt sich in beiden Fällen um eine angenäherte Lösung des Problems.

jeden Wert Ω_r des Zustandsparameters durchgeführt werden. Anschließend findet die eigentliche "Hauptoptimierung" über die parallelen Teilnetzwerke statt.

Im Illustrationsbeispiel mußte das Netzwerk in die drei Teilnetzwerke P_1/P_2 , P_3 und P_4 zerlegt werden. Für die Pfadkombination P_1/P_2 war eine Vorooptimierung notwendig. Sie war jedoch vom Aufwand her identisch mit einem Schritt der Hauptoptimierung. Dies gilt generell für Teilnetzwerke mit zwei Pfaden. Schwieriger - jedoch noch durchführbar - wird die Vorooptimierung bereits bei der Struktur eines Teilnetzwerkes, wie in den Abbildungen 15a und 15 b dargestellt.

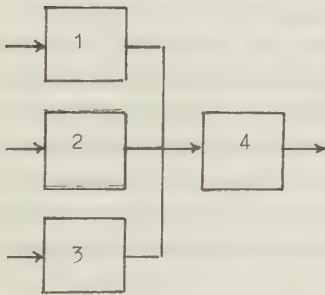


Abb. 15a

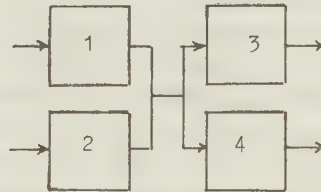


Abb. 15b

Abbildung 15. Beispiele für die Struktur eines Teilnetzwerkes.

In Abbildung 15a liegen drei Pfade vor. Es sei angenommen, daß die technischen Parameter und/oder die Kostenparameter der Wahlalternative 4 von der Produktionsaufteilung einer Schnittmenge Ω_r auf die drei vorangehenden Alternativen abhängen, wie dies auch im Illustrationsbeispiel für die Ätzanlage R in Abhängigkeit der vorangehenden Maschinen S oder A bei den Bearbeitungszeiten und den Schrottraten der Fall war. Die Vorooptimierung erfolgt dann durch

$$(3.24) \quad H(\Omega_r) = \min_{\substack{0 \leq i \leq j \\ i \leq j \leq r}} c_{1,2,3}(\Omega_i; \Omega_j - \Omega_i; \Omega_r - \Omega_j)$$

Es müssen im Vergleich zur Optimierung bei nur zwei Pfaden, siehe (3.15), zwei verschiedene Indexmengen unabhängig durchlaufen werden; die Dimension des Optimierungsproblems erhöht sich auf Zwei. $C_{1,2,3}(u_1; u_2; u_3)$ ist dabei die gemeinsame Kostenfunktion der drei Pfade.

Dagegen ist der Fall 15a einfach, falls keine Abhängigkeiten der technischen Parameter und der Kostenparameter vorliegen, d. h. die Alternative 4 ist unabhängig von den anderen Alternativen im Sinne der "zeitlich-horizontalen" Interdependenzen. Das Teilnetzwerk ist in sich dann parallel, die Aufteilung auf die Alternativen 1, 2 und 3 kann zuerst in zwei Schritten mit Hilfe der Dynamischen Programmierung mit nur einem Zustandsparameter erfolgen. Anschließend werden die Kosten für die Alternative 4 bei Belegung durch die Gesamtmenge Ω_r zugefügt.

Ebenso ist das Beispiel in Abbildung 15b mit den vier Pfaden $P_1 = (1,3)$; $P_2 = (1,4)$; $P_3 = (2,3)$ und $P_4 = (2,4)$ einfach zu optimieren, falls keine zeitlich-horizontalen Abhängigkeiten zwischen den Alternativen 1,2 und den Alternativen 3,4 bestehen. Es werden beide Alternativpaare getrennt optimiert. Bestehen jedoch Interdependenzen, so sind wiederum zwei unabhängige Indexmengen zu durchlaufen:

$$(3.25) \quad H(\Omega_r) = \min_{\substack{0 \leq i \leq r \\ 0 \leq j \leq r}} \hat{C}_{1,2,3,4}(\Omega_i; \Omega_r - \Omega_i; \Omega_j; \Omega_r - \Omega_j)$$

Die Dimension erhöht sich ebenfalls auf Zwei. Die Kostenfunktion $\hat{C}_{1,2,3,4}(s_1; s_2; s_3; s_4)$ erhält hier eine etwas andere Interpretation; sie gibt die gemeinsamen Kosten über alle 4 Knoten an, falls die Menge s_k dem Knoten k zugewiesen wird. Es gilt dabei $s_1 + s_2 = s_3 + s_4 = \Omega_r$.

Es sei der Aspekt der Voroptimierung von Teilnetzwerken hier nur soweit angedeutet. In der Literatur der Dynamischen Programmierung, insbesondere bei Nemhauser, 1969, S. 257 ff. finden sich allgemeine Hinweise zur Lösung nicht-paralleler Netzwerke. Es sei lediglich erwähnt, daß leicht Strukturen konstruiert werden können, die zu beträchtlichen Schwierigkeiten bei der Optimierung führen können; jedoch dürften diese in der Praxis wohl recht

selten sein.¹⁾

Im Prinzip wird in dem hier vorgestellten Lösungsverfahren die algorithmische Optimierung über die Produktionsvariablen gesteuert, verbleibende kombinatorische Freiheitsgrade in den übrigen Variablen werden durch vollständige Enumeration beseitigt. Deshalb könnte das Verfahren immer dann eingesetzt werden, wenn dieser Enumerationsaufwand in Grenzen bleibt. Dies gilt z. B. für die Betrachtung der Möglichkeit von Desinvestitionen oder identischen Ersatzinvestitionen im Modell.

Ein Vorteil des hier entwickelten angenäherten Lösungsverfahrens liegt in der Möglichkeit der Berücksichtigung nichtlinearer Elemente in der Zielfunktion; dies wurde am Beispiel der Betriebskosten einer Anlage demonstriert. Genauso lassen sich andere nichtlineare Elemente, wie etwa die Abhängigkeit der Bearbeitungszeiten von der kumulierten bearbeiteten Produktionsmenge (Lernkurven) u. ä. berücksichtigen.

Als ein weiterer Vorteil ist es wegen der iterativen Vorgehensweise der Dynamischen Programmierung ohne großen zusätzlichen Aufwand möglich, weitere gute Lösungen zu errechnen. Darauf soll im folgenden Kapitel bei der Interpretation der Ergebnisse aus dem Optimierungstableau, Tabelle 8, näher eingegangen werden.

1) Zumindest, wenn man wie hier vorwiegend den Aspekt der Investitionsplanung betrachtet und deshalb z. B. Nacharbeitsfolgen bzw. "Schleifen" im Netzwerk lediglich durch einen Zuschlag auf die Bearbeitungszeiten berücksichtigt.

4. Interpretation der Ergebnisse für das Illustrationsbeispiel.

- a) Ermittlung weiterer guter Lösungen aus dem Optimierungstableau.

Mit Hilfe eines angenäherten Lösungsverfahrens konnte bisher die kostenoptimale Entscheidung für das mittlere Produktionsprogramm gefunden werden. Sie schlägt vor, den größten Teil der Produktion mit einer automatischen Beschichtungsanlage A und zwei Ätzanlagen R zu fertigen und einen Spitzenbedarf während der Perioden 5 und 6 sowie die gesamte Produktion der Periode 1 vom Lieferanten zu beziehen.

In der Regel kann zur Entscheidungsfindung nicht nur eine einzige Alternative betrachtet werden; denn

- A) beruht die Bewertung der Lösung nur auf dem einzigen Kriterium der Kostenwirtschaftlichkeit, obwohl auch andere Kriterien für die endgültige Entscheidung eine Rolle spielen können,
- B) beschreiben die formalen Modellbeziehungen nur angenähert die wirkliche Situation,
- C) wurde nur ein isolierter Teil des Gesamtsystems "Produktion" untersucht,
- D) ist der Einfluß der Unsicherheit der Modellparameter, insbesondere des Produktionsprogramms, auf die Lösung nicht bekannt.

Es ist deshalb in den meisten Entscheidungssituationen notwendig, mehrere Entscheidungsalternativen zu vergleichen, vor allem solche, die nur wenig in ihren Kosten über der gefundenen Optimallösung liegen.

Hier ist das iterative Schema der Dynamischen Programmierung von großem Vorteil, denn es gestattet, eine Schar von zusätzlichen Lösungen aus dem Optimierungstableau zu entwickeln. Zunächst entspricht in Tabelle 8 des letzten Kapitels, dem Tableau nach der Anwendung des Schnittverfahrens I, jedem Wert in der ersten Zeile Ω_7 der drei Tabellenteile eine Lösung. Insbesondere sind die Lösungen abzulesen, die die

gesamte Produktion nur einem einzigen Pfad zuweisen, hier als "reine" Lösungen bezeichnet. Sie sind durch $u_1 = \Omega_7 - \Omega_0$, $u_2 = \Omega_7 - \Omega_0$, $u_3 = \Omega_7 - \Omega_0$ und $u_4 = \Omega_7 - \Omega_0$ gegeben. Zudem ist es möglich, ohne großen rechnerischen Mehraufwand, aus dem Tableau z. B. die 10 besten oder allgemein die L besten Lösungen zu ermitteln. Es ist dabei das folgende Rekursivverfahren anzuwenden:¹⁾

$$(4.1) \quad F_n^{(L)}(\Omega_r) = \min_{0 \leq i \leq r} \left[F_{n-1}^{(1)}(\Omega_i) + C_n(\Omega_r - \Omega_i); \right. \\ F_{n-1}^{(2)}(\Omega_i) + C_n(\Omega_r - \Omega_i); \\ \vdots \\ \left. F_{n-1}^{(L)}(\Omega_i) + C_n(\Omega_r - \Omega_i) \right]$$

$F_n^{(L)}(\Omega_r)$ sind die Kosten der L-ten besten Lösung nach n Schritten (Pfad) für die Produktionsmenge Ω_r . Die Anweisung $\min^{(L)}$ besagt, daß aus der nachfolgenden eckigen Klammer die L-te beste Lösung zu wählen ist. Zum Vergleich dieser L-besten Lösungen werden die L-besten Lösungen der vorangehenden Stufe, $F_{n-1}^{(1)}(\Omega_i)$, $F_{n-1}^{(2)}(\Omega_i)$, ..., $F_{n-1}^{(L)}(\Omega_i)$ benötigt. In der Regel sind jedoch weniger als L Optima der vorangehenden Stufe festzuhalten, wie die folgende Durchführung anhand des Tableau für das Schnittverfahren I zeigt. Es sollen die 10 besten Lösungen aus dem Tableau ermittelt werden.

Tabelle 11 enthält nochmals den ersten Tabellenteil dieses Tableau (Tab. 8). Die Rangfolge der Lösungen jeder Zeile wird durch die hochgestellte Ziffer gekennzeichnet. Es werden dabei nur die drei besten Lösungen festgehalten. Um den nächsten Schritt für Pfad P_3 durchführen zu können, genügt es, die Kostendifferenzen zwischen den gekennzeichneten Zeilenwerten festzuhalten, also

1) vgl. zum Problem der L-besten Lösungen Roberts (1964)

$$(4.2) \quad D_1^{(1)}(\Omega_r) = F_1^{(1+1)}(\Omega_r) - F_1^{(1)}(\Omega_r); \quad l=1,2,\dots,L-1$$

Diese sind in Tabelle 12 gegeben.

Tabelle 11. 1. Schritt zur Ermittlung der 10 besten Lösungen aus dem ersten Teil des Optimierungstableau für Schnittverfahren I (Tab. 8).

$u_2 = \Omega_r -$	$(F_1^{(1)}(\Omega_r))$							
Ω_r	Ω_0	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6	$\Omega_7=B$
$\Omega_7=B$	2071 ¹	2412	2299 ²	2402	2467	2479	2492	2369 ³
Ω_6	2035 ¹	2203 ²	2250 ³	2364	2433	2445	2264	
Ω_5	1743 ^{1*}	2116 ³	2186	2304	2373	2111 ²		
Ω_4	1573 ¹	1981 ³	2089	2208	1899 ²			
Ω_3	1383 ¹	1811 ³	1889	1555 ²				
Ω_2	1208 ¹	1636 ³	1229 ²					
Ω_1	991 ²	854 ¹						
Ω_0	0 ¹							

Tabelle 12. Differenzen $D_1^{(1)}(\Omega_r)$

Ω_r	$D_1^{(1)}(\Omega_r)$	$D_2^{(2)}(\Omega_r)$
Ω_7	228	70
Ω_6	168	47
Ω_5	368	5
Ω_4	326	82
Ω_3	172	256
Ω_2	21	407
Ω_1	137	-
Ω_0	-	-

Tabelle 13 enthält den nächsten Schritt, angewandt auf die Werte des zweiten ursprünglichen Teils des Tableau (Tab. 8). Die L-besten Werte (es genügt hier $L = 4$) werden nach (4.1) sowohl aus den ursprünglichen Zeilenwerten

$$(4.3) \quad F_1^{(1)}(\Omega_i) + C_3(\Omega_r - \Omega_i) \quad 1)$$

und aus den Werten

$$(4.4) \quad F_1^{(1)}(\Omega_i) + C_3(\Omega_r - \Omega_i); \quad 1 \geq 2.$$

berechnet.

Wegen (4.2) gilt jedoch für (4.4):

$$(4.5) \quad F_1^{(1)}(\Omega_i) + C_3(\Omega_r - \Omega_i) =$$

$$F_1^{(1)}(\Omega_i) + C_3(\Omega_r - \Omega_i) + \sum_{\lambda=1}^{l-1} D_1^{(\lambda)}(\Omega_i); \quad 1 \geq 2$$

d. h. es genügt, die Differenzen aus Tabelle 13 zu den ersten Zeilen zu addieren, z. B. $2071+228 = 2299$ in der ersten Zeile, ganz rechts, der Tabelle 13. Dabei brauchen nur dann Differenzen addiert werden, falls die Zahl der gewünschten Minima (hier 4) noch nicht ausreicht; denn durch das Anfügen der Differenzen können die Werte nur steigen. Die ersten vier Minima in Tabelle 13 sind wiederum gekennzeichnet.

1) $C_3(\Omega_r - \Omega_i)$, da in der zweiten Stufe bereits Pfad P_3 betrachtet wird.

Tabelle 13. 2. Schritt zur Ermittlung der 10 besten Lösungen aus dem zweiten Teil des Optimierungstableau für Schnitverfahren I (Tab. 8) und den Differenzen (Tab. 13)

$u_3 = \Omega_r -$	$(F_2^{(1)}(\Omega_r))$							
Ω_r	Ω_0	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6	Ω_7
Ω_7	2236 ⁴	2607	2461	2402	2183 ³ 2509	2135 ² 2503	2294	2071 ¹ 2299
Ω_6	2014 ¹ -	2545	2441	2171	2142 ⁴	2122 ^{3*} 2490	2035 ² 2203	
Ω_5	1923 ² -	2509	2121	2105 ³ 2277	2118	1743 ¹ 2111 ⁴		
Ω_4	1861 ² -	2431	2005	2065	1573 ¹ 1899 ³ 1981 ⁴			
Ω_3	1753 ³ -	1789 ⁴	1936	1383 ¹ 1555 ² 1811				
Ω_2	1104 ¹ -	1715	1208 ² 1229 ³ 1636 ⁴					
Ω_1	1001 ³ -	854 ¹ 991 ²						
Ω_0	0 ¹							

Nochmals sind für den dritten und letzten Schritt die Differenzen aus dem zweiten Schritt festzuhalten (Tab. 14) und auf den letzten Tabellenteil des Tableau anzuwenden (Tab. 15).

Tabelle 14. Differenzen $D_2^{(1)} (\Omega_r)$

Ω_r	$D_2^{(1)} (\Omega_r)$	$D_2^{(2)} (\Omega_r)$	$D_2^{(3)} (\Omega_r)$
Ω_7	64	48	53
Ω_6	21	87	20
Ω_5	180	182	6
Ω_4	288	38	82
Ω_3	172	198	36
Ω_2	104	21	407
Ω_1	137	10	-
Ω_0	-	-	-

Tabelle 15. 3. Schritt zur Ermittlung der 10 besten Lösungen aus dem dritten Teil des Optimierungstableau für das Schnittverfahren I (Tab. 8) und den Differenzen (Tab. 14)

$u_4 = \Omega_r -$	$(F_3^{(1)} (\Omega_r))$							
	Ω_0	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6	Ω_7
Ω_7	3073	3142	2705	2455	2154 ⁶	2030 ¹	2124 ³	2071 ²
						2210 ⁸	2145 ⁵	2135 ⁴
						2392	2232 ^{9*}	2183 ⁷
							2252	2236 ¹⁰

Es zeigt sich, daß bereits aus den zweiten Differenzen des ersten Schrittes ($L=3$) und den dritten Differenzen des zweiten Schrittes ($L=4$) die zehn besten Lösungen gefunden werden konnten.

Die Ermittlung der Werte für die Entscheidungsvariablen sei am Beispiel der neunt-besten Alternative, durch einen Stern in den Tabellen 15, 13 und 11 gekennzeichnet, erläutert. Zunächst ist

$$u_4 = \Omega_7 - \Omega_6 = (0, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 0);$$

vgl. Tabelle 7 des letzten Kapitels, die die Werte für die Schnitte Ω_r enthält. Da die Lösung in Tabelle 15 durch

Addition der zweiten Differenz gefunden wurde, ist die EntscheidungsvARIABLE u_3 aus Tabelle 13 für den dritt-besten Wert der Zeile Ω_6 zu nehmen:

$$u_3 = \Omega_6 - \Omega_5 = (0, 0, 0, 0, 4, 5, 0, 0) .$$

Der dritt-beste Wert wurde ohne Differenzenaddition gefunden; deshalb ist für die Bestimmung von u_2 und u_1 der beste Wert aus der Zeile Ω_5 der Tabelle 11 zu nehmen:

$$u_2 = \Omega_5 - \Omega_0 = (5, 10, 20, 24, 25, 25, 21, 12)$$

$$u_1 = \Omega_0 = 0$$

Die neunt-beste Lösung teilt damit die Produktion auf die drei Pfade P_2 , P_3 und P_4 auf. Die Kosten sind in Tabelle 15 mit 2 232 000 DM gegeben.

Bei der Suche nach den L besten Lösungen aus dem Optimierungstableau werden nur solche Lösungen erkannt, die dem Bildungsgesetz der Schnitte Ω_r gehorchen. Es ist deshalb wiederum sinnvoll, anschließend das Verbesserungsverfahren der sukzessiven Approximation anzuwenden. Dadurch werden bei einzelnen Iterationsschritten noch zusätzliche Lösungen entdeckt, die sich in ihren Kosten zwischen die bereits gefundenen einreihen.

Die Tabellen a und b des Anhang E enthalten eine Liste der jeweils zehn besten Lösungen aus den Tableaux der Schnittverfahren I und II. Eine Zusammenfassung der wiederum zehn besten Lösungen aus beiden Tabellen zeigt die folgende Tabelle 16, dazu die reinen Lösungen bei Zuweisung der gesamten Produktion zu einem einzigen Pfad (I-IV) und die im letzten Kapitel gefundene kostenoptimale Lösung nach Anwendung der sukzessiven Approximation (0). Des weiteren wurde dieses Verfahren auf die 1. Zeitkomponente der Lösung 3 angewandt; das Ergebnis ist mit 3^+ bezeichnet. Die Anwendung auf die anderen Lösungen ergab keine wesentlichen zusätzlichen Informationen, so daß sie hier der Einfachheit halber unterdrückt seien.

Zusammenfassend, ergibt sich durch die iterative Vorgehensweise der Dynamischen Programmierung die Möglichkeit, systema-

tisch eine Schar von guten Lösungen zu ermitteln. Diese können zur Konstruktion weiterer Alternativen verwendet werden, die neben der kostenoptimalen Lösung zur Entscheidung vorgeschlagen werden.

Tabelle 16. Zusammenfassung der besten Lösungen aus den Tableaux der Schnittverfahren I und II.

Rang- folge der Lösung	Kosten (in 1000 DM)	Pfad	Produktionszuweisung (in 1000 Teilen) zu den Pfaden in Periode							
			1	2	3	4	5	6	7	8
0	1994	P ₂	0	10	20	24	25	25	21	12
		P ₄	5	0	0	0	4	10	0	0
1	2030	P ₂	5	10	20	24	25	25	21	12
		P ₄	0	0	0	0	4	10	0	0
2=II	2071	P ₂	5	10	20	24	29	35	21	12
3 ⁺	2083	P ₃	0	10	20	24	29	30	21	12
		P ₄	5	0	0	0	0	5	0	0
3	2124	P ₃	5	10	20	24	29	30	21	12
		P ₄	0	0	0	0	0	5	0	0
4	2135	P ₂	5	10	20	24	25	25	21	12
		P ₃	0	0	0	0	4	10	0	0
5	2145	P ₁	0	0	0	0	4	10	0	0
		P ₂	5	10	20	24	25	25	21	12
6	2145	P ₂	5	10	20	24	29	30	21	12
		P ₄	0	0	0	0	0	5	0	0
7	2154	P ₂	5	10	20	20	20	20	20	12
		P ₄	0	0	0	4	9	15	1	0
8	2183	P ₂	5	10	20	20	20	20	20	12
		P ₃	0	0	0	4	9	15	1	0
9	2197	P ₂	0	0	10	14	19	25	11	2
		P ₃	5	10	10	10	10	10	10	10
10	2210	P ₃	5	10	20	24	25	25	21	12
		P ₄	0	0	0	0	4	10	0	0
III	2236	P ₃	5	10	20	24	29	35	21	12
I	2369	P ₁	5	10	20	24	29	35	21	12
IV	2072	P ₂	5	10	20	24	29	35	21	12

b) Der Beitrag der Ergebnisse zur dezentralen Entscheidungsfindung

Die dezentrale Entscheidung wählt isoliert die günstigste Investitionsalternative aus, ohne Berücksichtigung anderer Entscheidungssituationen in einem übergeordneten Bereich. Dabei interessieren zum Zeitpunkt der Entscheidungsfindung besonders diejenigen Informationen, die die notwendigen Aktionen in den ersten Perioden des Planungszeitraums festlegen.¹⁾

Aus der Schar der in Tabelle 16 des letzten Abschnitts zusammengestellten Lösungen sollen nun solche Informationen abgeleitet werden. Es sei dabei angenommen, daß insbesondere die notwendigen Investitionen des ersten Jahres bzw. der ersten beiden Perioden im Mittelpunkt der Entscheidung stehen. Bei allen Lösungen zeigt sich, daß während dieser Perioden keine simultane Belegung von mehreren Pfaden stattfindet, sondern erst zu späteren Perioden des Planungszeitraums. Sieht man zunächst von den außerhalb der Rangfolge stehenden reinen Lösungen ab, so sind sämtliche alternativen Belegungen der Pfade mit Produktion gegeben durch

- A_1 : P_4 im ersten Halbjahr, P_2 im zweiten Halbjahr
(Lösung 0)
 A_2 : P_2 im ersten Jahr (Lösungen 1,2,4,5,6,7,8)
(4.6) A_3 : P_4 im ersten Halbjahr, P_3 im zweiten Halbjahr
(Lösung 3⁺)
 A_4 : P_3 im ersten Halbjahr (Lösungen 3,9,10)

Die Kosten für die günstigste Lösung, die unter den Prämissen von A_1 - A_4 noch über den Planungszeitraum erzielt werden können, sind durch die Kosten der Lösungen mit den niedrigsten Rangziffern gegeben, die diese Prämissen erfüllen. Sie sind b e d i n g t e O p t i m a nach Festlegen der Strategie des ersten Jahres. Es gilt also

- A_1 : 1 994 000 DM (= Lösung 0)
 A_2 : 2 030 000 DM (= Lösung 1)
 A_3 : 2 083 000 DM (= Lösung 3⁺)
 A_4 : 2 124 000 DM (= Lösung 3)

1) vgl. Jacob, 1964, S. 554

Zieht man die bislang nicht betrachteten Investitionspläne für die einzelnen Lösungen hinzu, so ergeben sich folgende notwendige Investitionen im ersten Jahr:

- A_1 : Kauf einer automatischen Beschichtungsanlage vom Typ A und einer Ätzanlage R zu Beginn des zweiten Halbjahres, (Fremdfertigung im ersten Halbjahr).
- (4.7) A_2 : Kauf je einer Anlage A und R bereits zu Beginn des ersten Halbjahres.
- A_3 : Kauf einer automatischen Beschichtungsanlage vom Typ B zu Beginn des zweiten Halbjahres, (Fremdfertigung im ersten Halbjahr).
- A_4 : Kauf der Anlage B bereits zu Beginn des ersten Halbjahres.

Aus Tabelle 16 werden somit die vier Lösungen 0, 1, 3⁺ und 3 in die engere Auswahl genommen. Daneben sollen noch die reinen Lösungen I-IV zum Vergleich ausgewiesen werden, da sie besonderseinfachen Fertigungsstrategien entsprechen. Die Lösungen II und III sind bezüglich der im ersten Jahr zu tätigen Investitionen mit A_2 und A_4 identisch. Lösung IV bedarf keiner eigenen Investitionen, sondern bezieht die gesamte Produktion über den Planungszeitraum vom Lieferanten. Lösung I zeichnet sich durch folgenden Investitionsplan für das erste Jahr aus:

- (4.8) I: Kauf von zwei halbautomatischen Beschichtungsanlagen S, eines Ofens O und einer Ätzanlage R zu Beginn des ersten Halbjahres, sowie einer dritten Maschine vom Typ S zu Beginn des zweiten Halbjahres.

Als nächster Schritt soll nun der Einfluß der Unsicherheit in der Vorhersage des Produktionsprogramms¹⁾ auf die Bewertung der acht ausgezeichneten Alternativen untersucht werden. Anhang E enthält in den Tabellen c und d eine Zusammenfassung der besten Lösungen für die pessimistische Vorhersage und in

1) vgl. Abschnitt a des 2. Kapitels, insbesondere Tabelle 1

den Tabellen e und f für die optimistische Vorhersage. Zur Bewertung der Alternativen $A_1 - A_4$ sind daraus die jeweils kostengünstigsten Lösungen zu suchen, die die Anfangsbedingungen (4.6) für das erste Jahr aufweisen. Für die Alternativen I - IV sind die Kostenwerte unmittelbar den Tabellen zu entnehmen. Da bei den drei Vorhersagen nur geringfügige Abweichungen zwischen den Werten für das erste Jahr vorliegen, ändert sich die Zahl der anzuschaffenden Maschinen eines bestimmten Typs nach (4.7) und (4.8) nicht.¹⁾

Tabelle 17 enthält eine Zusammenfassung in Form einer "Ergebnistabelle".²⁾

Alternative A_1 stellt sich dabei als "dominante" Strategie heraus, d. h. sie ist für alle drei Vorhersagen des Produktionsprogramms am kostengünstigsten. Jedoch ist der Kostenunterschied zur Alternative A_2 nicht sehr groß. Er resultiert aus einer Verschiebung des Investitionszeitpunktes in das zweite Halbjahr und stützt sich damit auf die beiden angreifbaren Prämissen undiskontierter Kosten und eines Restwerts am Planungshorizont, der proportional zum Alter der Maschinen ist. Andererseits hat die Alternative A_2 den Vorteil, daß bereits zu Beginn des ersten Halbjahres eine eigene Fertigung aufgebaut wird, so daß in Abwägung dieser Gesichtspunkte die Alternative A_2 letztlich doch den Vorrang erzielen könnte. Ebenso ist die reine Alternative II noch relativ günstig. Alle drei Alternativen sehen zunächst die Installation einer Anlage A und einer Anlage R vor.

Etwas ungünstiger schneiden die Alternativen A_3 , A_4 und III ab, die die Anschaffung der Anlage A beinhalten. Hier gelten für den Kostenunterschied zwischen A_3 und A_4 dieselben Bemerkungen wie oben zwischen A_1 und A_2 . Die Alternative I, die die Installation der Halbautomaten S in Verbindung mit dem Ofen O und der Anlage R vorsieht und die Alternative III, der Bezug des Gesamtprogramms vom Lieferanten, heben sich dagegen deutlich ab.

1) Andernfalls sollte dies als zusätzliche Information angegeben werden, um eine rechtzeitige Stornierung oder zusätzliche Bestellung von Maschinen zu ermöglichen, wenn das Programm sich in Richtung der pessimistischen bzw. optimistischen Vorhersage realisieren sollte.

2) vgl. Hanssmann, 1968, S. 4ff.

Tabelle 17. Ergebnistabelle. Entscheidungsabhängige Kosten über die Lebensdauer des Produkts (in 1000 DM)

Alternative	Schätzung des Produktionsprogramms		
	pessimistisch	mittel	optimistisch
A ₁	1629	1994	2503
A ₂	1665	2030	2528(=II)
A ₃	1853	2083	2659
A ₄	1882(=III)	2124	2688
I	1950	2369	2950
II	1779	2071	2528
III	1882	2236	2893
IV	2504	3073	3996

Zufälligerweise gilt hier für jede Schätzung des Produktionsprogramms dieselbe Rangfolge der 8 Alternativen. Im allgemeinen wird jedoch keine derartige eindeutige Rangfolge vorliegen. Als Ersatz können dann formale Regeln der Entscheidungstheorie und der Spieltheorie weiterhelfen, wie die "Minimax"-Regel nach von Neumann und Morgenstern (1953) oder die "Minimax-Risiko"-Regel nach Savage (1951). Existieren subjektive oder sogar statistisch meßbare objektive Wahrscheinlichkeiten für die Realisation bestimmter Konstellationen des unsicheren Modellparameters, so können Erwartungswert und Varianz der Alternative zur Festlegung der Rangfolge verwendet werden.¹⁾ Jedoch ist zu beachten, daß es sich bei diesen Regeln nur um formale Anweisungen handelt, die ein bestimmtes Entscheidungsverhalten zugrunde legen: "(We re-emphasize here that) these formal prescriptions are not meant to produce the 'right' decision alternative automatically. We do not consider them as 'decision rules'. Rather, they offer ways of selecting candidates for evaluation by management. In addition to these formally selected alternatives, management may be interested in others that specify less formal conditions, especially with respect

1) Für eine nähere Beschreibung dieser Auswahlregeln, vgl. Hanssmann, 1968, S. 10ff., Ackoff, Sasieni, 1968, S. 39ff. oder Heinen, 1968 A, S. 178ff.

to imponderables. Using all these alternatives as row entries, a reduced outcome matrix¹⁾ of manageable size may be computed and presented to management as a quantitative basis for evaluation and decision making" (Hanssmann, 1968, S. 11).

Wie bereits erwähnt, legt die letztlich getroffene Entscheidung nicht ein für allemal die Aktionen für den gesamten Planungszeitraum fest, sondern nur für die ersten Perioden. Es liegt ein adaptiver Entscheidungsprozeß vor. Nach Ablauf einer gewissen Zeit wird eine erneute Analyse der Investitionsmöglichkeiten erfolgen, falls sich einige Annahmen der ursprünglichen Untersuchung geändert haben, bedingt etwa durch die Existenz neuer Maschinenalternativen, veränderter Kostenwerte, genauerer Informationen über Nachfolgeprodukte, usw. Es gilt dann, unter Berücksichtigung der bereits installierte Kapazität erneut nach den günstigsten Investitionsmöglichkeiten zu suchen.²⁾

c) Der Beitrag der Ergebnisse zu einer übergeordneten Bereichsplanung.

Es sei angenommen, daß der betrachtete Beschichtungsprozeß nur ein einzelnes Projekt eines übergeordneten Produktbereiches sei, der daneben noch für die Durchführung anderer Bearbeitungsgänge oder die Fertigung artverwandter Produkte verantwortlich ist. Es sei ferner angenommen, daß diesem Produktbereich innerhalb einer hierarchisch geordneten Unternehmensplanung bestimmte jährliche Budgetziele für den Einsatz an Mitteln gegeben seien, die er nicht überschreiten darf. Dann hängt die Investitionsentscheidung für den Beschichtungsprozeß nicht nur von den Kosten ab, sondern auch vom Bedarf an diesen knappen Mitteln. Unter Umständen könnten dann kostengünstigere Alternativen gewählt werden, die dafür z. B. einen geringeren Bedarf an Personal oder an Finanzierungsmitteln aufweisen.

Es sei hier ein Modell angegeben, das eine simultane Bereichs-

1) Entsprechend der Ergebnistabelle 17.

2) Zur leichten Modifizierung des Modells im Fall der Erweiterungsinvestition, siehe Kapitel 2, c). Das abgeleitete angenäherte Optimierungsverfahren bleibt voll gültig.

planung für alle Projekte eines Produktbereiches beschreibt. Es entspricht dem Typ eines multiplen Budget-Modells¹⁾. Es werden dabei die drei Mittel Personal, Fertigungsfläche und Finanzierungsmittel unterschieden.

Es seien N verschiedene Projekte des Bereichs gegeben, z. B. verschiedene Bearbeitungsgänge oder komplette Fertigungslinien, aber auch die Einrichtung von technischen Servicefunktionen u.a. Ähnlich wie im Fall des Beschichtungsprozesses mögen mehrere Alternativen der Durchführung der Projekte vorliegen, hier mit dem Index k bezeichnet. Ferner seien der Bedarf an Personal, Fertigungsfläche und Finanzierungsmitteln pro Projekt n , Durchführungsalternative k und Periode t mit p_{nkt} , q_{nkt} und f_{nkt} gegeben. Die Projektkosten über den Planungszeitraum von T Perioden seien J_{nk} . Dann wird eine kostenoptimale Aufteilung des gesamten Mittelbudgets erzielt durch:

$$\begin{aligned}
 C &= \min \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} J_{nk} \cdot w_{nk} \\
 \text{mit} \quad &\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} p_{nkt} \cdot w_{nk} \leq p_{ot} ; (t=1, 2, \dots, T) \\
 (4.9) \quad &\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} q_{nkt} \cdot w_{nk} \leq q_{ot} ; (t=1, 2, \dots, T) \\
 &\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} f_{nkt} \cdot w_{nk} \leq f_{ot} ; (t=1, 2, \dots, T) \\
 &\sum_{k=1}^{K_n} w_{nk} = 1 ; (n=1, 2, \dots, N) \\
 &w_{nk} \geq 0, \text{ ganzzahlig.}
 \end{aligned}$$

Die logische Variable w_{nk} nimmt wegen $\sum_k w_{nk} = 1$ nur die Werte 0 oder 1 an, wobei

$$w_{nk} = \begin{cases} 1, & \text{falls für Projekt } n \text{ die Durchführungs-} \\ & \text{alternative } k \text{ gewählt wird,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

1) vgl. Weingartner, 1963, S. 125 ff.

Die jährlichen Budgetziele für das Personal p_{ot} , die Fertigungsfläche q_{ot} und die Finanzierungsmittel f_{ot} sind hier zunächst als "begrenzte Ziele"¹⁾ fest vorgegeben. Sie sollen jedoch im Übergang zu einem Simultanmodell auf höherer Ebene, das im nächsten Teil dieser Arbeit behandelt wird, als veränderbare Parameter gesehen werden, die erst endgültig in diesem Simultanmodell festzulegen sind. Die einzelnen Produktbereiche bilden darin die untersten organisatorischen Einheiten.

1) Heinen, 1968A, S. 53

III. OPTIMALE FESTLEGUNG DES STANDORTES FÜR DIE PRODUKT- BEREICHE BEI MEHREREN PRODUKTIONSSTÄTTEN.

5. Entscheidungsmodell

a) Beschreibung der Entscheidungssituation

Hier soll die Frage untersucht werden, welche Produktbereiche innerhalb einer Produktionsstätte zusammengefaßt werden sollen. Dabei wird von einer fest vorgegebenen Zahl geographisch getrennter Produktionsstätten mit einer bestimmten "Größe" ausgegangen. Die Kurzlebigkeit einzelner Produkte führt zu raschen Veränderungen quantitativer und qualitativer Art innerhalb der Produktbereiche. Deshalb wird von Zeit zu Zeit die "Wirtschaftlichkeit" der augenblicklich bestehenden Zusammenfassung der Bereiche in einer Betriebsstätte in Frage gestellt. Zur Korrektur dieser Situation werden Verlagerungen der Produktbereiche durchgeführt.

Mehrere verschiedene Aspekte beeinflussen die Entscheidung. Hier ist zunächst der Wunsch einer "technologischen Spezialisierung" einer Produktionsstätte zu nennen. Die Bedeutung dieses Begriffs möge am Beispiel der menschlichen Arbeit veranschaulicht werden. Das Personal sei dabei in drei Gruppen eingeteilt, das "Fertigungspersonal", den "technischen Stab" und den "allgemeinen Stab". Die Gruppe des Fertigungspersonals umschließt sämtliche am Herstellungsprozeß unmittelbar beteiligten Aktivitäten, insbesondere die Maschinenbedienung, Wartung und Qualitätsprüfung. In die Gruppe des technischen Stabs fallen die Arbeitsplanung, die Fertigungssteuerung und Prozeßkontrolle, die Betriebsmittelplanung und -konstruktion, die Qualitätsplanung, der technische Einkauf, usw. Der allgemeine Stab beinhaltet die Verwaltung, die allgemeine Planung und Kontrolle, die Buchhaltung, die Datenverarbeitung und Organisation, den allgemeinen Einkauf u. a. Während die letzte Gruppe in nur geringem Maß Spezialkenntnisse über den technischen Inhalt der Fertigung besitzen muß, ist bei komplexer Technologie der benötigte Grad der Spezialisierung bei den ersten beiden Gruppen sehr hoch. Dieses Personal ist daher in

der Regel einzelnen Produktbereichen oder sogar einzelnen Bearbeitungsstufen und Maschinentypen arbeitsmäßig und auch kostenmäßig zugeordnet. Bei Produkten mit kurzer Lebensdauer und stark veränderlicher Programmkurve variiert andererseits ständig der Bedarf an Fertigungspersonal und technischem Personal. Dadurch werden häufige Personaltransferierungen zwischen den Produktbereichen notwendig. Sind diese Bereiche in ihrem fertigungstechnischen Inhalt sehr verschieden, ist damit stets ein hoher Aufwand an Umschulung verbunden. Um diesen Aufwand zu reduzieren, ist es sinnvoll, solche Produktbereiche innerhalb einer Produktionsstätte zusammenzufassen, deren technologischer Inhalt wenigstens einigermaßen verwandt bzw. verträglich ist. Es bildet sich dadurch ein spezifisches Knowhow eines Werkes. Diese Spezialisierung in personeller Hinsicht braucht jedoch nicht das einzige Motiv für eine Zusammenfassung geeigneter Produktbereiche zu sein. So kann z. B. bezüglich der Art des Produktionsflusses eine Spezialisierung erstrebt werden, wenn eine Massenfertigung andere Methoden der Fertigungssteuerung erfordert als eine Einzelteilefertigung, andererseits aber der Einsatz mehrerer verschiedener Steuerungssysteme nebeneinander im selben Werk sehr aufwendig ist. Das Kriterium der Materialverwendung kann über den personellen Knowhow-Aspekt hinaus eine Rolle spielen, falls ähnliche Sicherheitsvorrichtungen für die Lagerung und Verarbeitung die Spezialisierung eines Werkes auf diese Materialart nahelegen, usw. Allgemein seien mit den Begriffen der "technologischen Spezialisierung" einer Produktionsstätte oder der "technologischen Verträglichkeit" mehrerer Produktbereiche qualitative Interdependenzen zwischen den Produktbereichen angesprochen, die bei einer Zusammenfassung dieser Bereiche innerhalb einer Produktionsstätte zu bestimmten **K o s t e n e r s p a r n i s s e n** führen. Der Einfluß der technologischen Spezialisierung muß deshalb letztlich in den gesamten Produktionskosten zum Ausdruck kommen.

Als zweiter Aspekt, der die Standortzuweisung tangiert, ist die Mittelverfügbarkeit zu nennen. Es sei im wesentlichen für jedes Werk eine bestimmte "Größe" angenommen, die sich in oberen und unteren Schranken für die Verfügbarkeit an Personal bzw. in oberen Schranken für die belegte Produk-

tionsfläche widerspiegelt. Diese begrenzten Ziele resultieren aus der augenblicklichen Größe der Produktionsstätten und den geplanten Wachstums- und Schrumpfungsraten. Dabei gehen bei der Festlegung neben den eigenen unternehmerischen Zielsetzungen insbesondere auch externe Restriktionen des Arbeits- und Bodenmarktes ein. Die untere Begrenzung für das Personal ist damit begründet, daß ein Werk innerhalb einer bestimmten Zeit nur bis zu einer bestimmten Größenordnung abgebaut werden kann, falls die Möglichkeit von Personalfreisetzungen nicht berücksichtigt wird. Dagegen hat eine untere Begrenzung des Flächenbedarfs zunächst keinen Sinn. Zusätzlich sei noch für den gesamten Produktionsbereich ein festes Budget an Finanzierungsmitteln gegeben, das aus einer Aufteilung des Gesamtbudgets des Unternehmens auf die verschiedenen Unternehmensbereiche resultiert. Die Zusammenfassung von Produktbereichen kann sich damit nicht nur nach dem Gesichtspunkt der technologischen Spezialisierung richten, sondern muß auch die Mittelverfügbarkeit berücksichtigen. Eine Gruppe technologisch verträglicher Bereiche kann unter Umständen deshalb nicht demselben Werk zugewiesen werden, weil ihr gemeinsamer Bedarf an Personal oder Produktionsfläche die vorgegebenen Begrenzungen überschreiten würde. Um jedoch hier eine gewisse Flexibilität offen zu halten, werden mehrere Realisationsalternativen eines Produktbereiches berücksichtigt, die sich durch unterschiedliche Kosten und unterschiedlichen Mittelbedarf auszeichnen. So kann z. B. die Produktion vorwiegend automatisiert mit geringem Bedarf an Fertigungspersonal oder -fläche, aber hohem Kapitalaufwand erfolgen, oder weniger automatisiert. Hier wird die Lücke zur Bereichsplanung in Kapitel 4,c) geschlossen; durch parametrische Veränderung der dort vorgegebenen Budgetziele lassen sich alternative Pläne mit unterschiedlichen Fertigungsverfahren - z. B. Beschichtungsautomat B anstelle mehrerer Halbautomaten S -, und entsprechend unterschiedlichem Mittelbedarf entwickeln. Diese alternativen Pläne gehen hier in die Entscheidung ein. Ein dritter Aspekt betrifft die Transportbeziehungen zwischen den einzelnen Produktionsstätten und zwischen Produktionsstätte und Absatzmarkt. Transporte zwischen den Werken beziehen sich auf Halbfabrikate und Montageteile. Geht der Produktionsfluß

vom Rohmaterial zum Endprodukt über mehrere Produktbereiche und sind diese verschiedenen Werken zugewiesen, so müssen je nach Entfernung zwischen den Werken bestimmte Transportkosten aufgewandt werden. Analog entscheidet auch bei den Endprodukten die geographische Lage der Betriebsstätte über die Kosten des Transports zu den Absatzmärkten.

Das Entscheidungsproblem besitzt zwei Freiheitsgrade. Einmal kann mit Hilfe von Produktverlagerungen die Struktur der Produktionsstätte verändert werden, zum anderen kann der Mittelbedarf durch die Wahl eines geeigneten Planes für den einzelnen Produktbereich beeinflußt werden. Der Zusammenhang zur Investitionsplanung tritt dabei in zweifacher Form auf: zunächst sind die Produktverlagerungen in der Regel mit einem Investitionsaufwand verbunden, z.B. für neue Versorgungs- und Sicherheitseinrichtungen oder für zusätzliche Produktionsanlagen, falls im neuen Werk anfangs eine geringere Produktionserfahrung vorgefunden wird, die sich in höheren Bearbeitungszeiten und Schrottraten ausdrückt. Sodann besitzt durch die Verbindung zu den Einzelplänen der Produktbereiche die Wahl der maschinellen Ausstattung für diese Bereiche einen Einfluß auf die Entscheidung.

Als Entscheidungskriterium sei wiederum die Maxime der Kostenwirtschaftlichkeit gewählt. Daneben gehen zusätzlich als begrenzte Ziele die vorgegebenen Mittelrestriktionen ein. Damit entspricht die Entscheidungssituation wiederum zum Teil einer multiplen Budgetplanung auf höherer Ebene, im Vergleich zur untergeordneten Planung des Bereichsbudgets. Der Zusammenhang zwischen beiden Planungen kann nach Weingartner als "budgets within budgets" bezeichnet werden (1963, S. 127).

b) Zielfunktion des Modells

Das Modell ist statischer Natur. Es beschreibt für ein vorher festgelegtes zukünftiges Jahr in Form eines "Schnappschusses" die neue Struktur des Produktionsbereiches, d. h. die neue Zusammenfassung der Produktbereiche innerhalb der Werke. Die Einhaltung der Personal- und Flächenrestriktionen wird nur für dieses B e z u g s j a h r explizit betrachtet. Es ist deshalb wichtig, ein Jahr zu wählen, das eine einigermaßen

stabile Struktur des Produktionsbereichs zeigt. Finanzierungsaufwendungen werden andererseits für den gesamten dazwischenliegenden Zeitraum festgehalten, hier wiederum als Planungszeitraum bezeichnet. Mit anderen Worten, man kann sich auch ein einperiodisches Modell vorstellen, das zu Beginn der Periode die alte und an deren Ende die neue Struktur des Produktionsbereiches beschreibt. Dabei werden Kosten und Kapitalbedarf über die gesamte Periode festgehalten, die erforderlich sind, um die alte Struktur in die neu überzuführen. Es wird implizit unterstellt, daß dieser Übergang in der zur Verfügung stehenden Zeit durchgeführt werden kann, unter Einhaltung der auch dort gültigen Restriktionen für den Personal- und Flächenbedarf.

Es wird nur eine einzige Entscheidungsvariable definiert, die beide Freiheitsgrade der Entscheidung zusammenfaßt.¹⁾

$$(5.1) \quad x_{irk} = \begin{cases} 1 & \text{falls im Bezugsjahr der Produktbereich } i \\ & \text{bei Wahl des Bereichsplans } r \text{ der Produk-} \\ & \text{tionsstätte } k \text{ zugewiesen wird} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Index $i = 1, 2, \dots, I$ bezeichnet die verschiedenen Produktbereiche. Es brauchen dabei nur solche Bereiche berücksichtigt zu werden, die im Bezugsjahr auch existieren; inzwischen aufgelöste Bereiche können vernachlässigt werden. Der Index $r = 1, 2, \dots, R_i$ bezieht sich auf die alternativ möglichen Bereichspläne des Bereichs i , die sich in Kosten und Mittelbedarf unterscheiden. Der Index $k = 1, 2, \dots, K$ bezeichnet die Produktionsstätten.

Einer übersichtlichen Schreibweise der Modellbeziehungen zuliebe seien zuerst die folgenden Linearkombinationen definiert, was jedoch keine Einführung neuer unabhängiger Variabler bedeutet:

$$(5.2) \quad y_{ik} = \sum_{r=1}^{R_i} x_{irk} \quad ; \quad z_{ir} = \sum_{k=1}^K x_{irk}$$

Als entscheidungsabhängige Kosten sind einmal die selbst verursachten Kosten eines Produktbereichs über den Planungszeit-

1) Eine Liste der Symbole befindet sich am Ende der Arbeit, Anhang H, b.

raum, C_{ir} , zu beachten, falls der Bereichsplan r gewählt wird. Diese Kosten entsprechen der Zielfunktion des Budget-Modells in Kapitel 4c), Gleichung (4.9) bei einer Konstellation r der Budgetziele. Es sind darin nur solche Kostenbeiträge enthalten, die isoliert und unabhängig nur dem Bereich i entstehen und auch voll zugerechnet werden können. Hierzu gehören unter anderem Investitionskosten, Raumkosten und Personalkosten für die Maschinenbedienung und den technischen Stab. Die Kosten der Produktbereiche sind damit gegeben als

$$(5.3) \quad J^{(1)} = \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} C_{ir} \cdot z_{ir}$$

Neben diesen bereichsspezifischen Kosten sind diejenigen Beiträge zur Zielfunktion zu beachten, die von der Gesamtheit der innerhalb einer Produktionsstätte zusammengefaßten Produktbereiche beeinflußt werden. Hier sind zunächst die Aufwendungen für den allgemeinen Stab zu nennen. Es sei angenommen, daß dessen Größe proportional zur gesamten Belegschaft P_k einer Produktionsstätte ist, als $\lambda \cdot P_k$. Ist mit p_{ir} die Größe des Fertigungspersonals und technischen Personals eines Produktbereichs im Bezugsjahr bezeichnet, bei der Wahl des Bereichsplanes r , so gilt

$$(5.4) \quad P_k = \lambda \cdot P_k + \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} p_{ir} \cdot z_{ir} \quad \text{bzw.} \\ \lambda \cdot P_k = \frac{\lambda}{1-\lambda} \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} p_{ir} \cdot z_{ir} = \mu \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} p_{ir} \cdot z_{ir}$$

mit $\mu = \lambda / (1-\lambda)$. Sind die gegenwärtigen Belegschaftsgrößen mit $P_k^{(0)}$ gegeben, so fallen im Durchschnitt die folgenden Gesamtkosten für den allgemeine Stab an:

$$(5.5) \quad \frac{L}{2} \left[\lambda P_k^{(0)} + \mu \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} p_{ir} \cdot z_{ir} \right]$$

Dabei ist L ein kombinierter Kostensatz für Lohn-, Raum-

und sonstige personalabhängige Gemeinkosten über den Planungszeitraum. Da es genügt, in der Zielfunktion die entscheidungsabhängigen Kosten zu minimieren, andererseits aber in (5.5) der Term $\lambda \cdot p_k^{(0)}$ innerhalb der Klammer nicht von den zu treffenden Entscheidungen z_{ir} abhängt, kann er wegfallen. Es verbleibt damit als Beitrag zur Zielfunktion

$$(5.6) \quad J^{(2)} = \frac{L \cdot \mu}{2} \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} p_{ir} \cdot z_{ir} \quad .$$

Der Grad der technologischen Spezialisierung einer Betriebsstätte spiegelt sich in einem Kostenanteil wider, der ebenfalls von der Gesamtheit der in einem Werk zusammengefaßten Produktbereiche abhängt. Er beinhaltet Aufwendungen für Umschulungen, gemeinsame Steuerungssysteme, usw. Er soll zunächst nur global in der Form

$$(5.7) \quad J^{(3)} = \sum_{k=1}^K S_k$$

vermerkt werden. Es wird im Abschnitt d dieses Kapitels näher auf diesen Teil der Zielfunktion einzugehen sein. Als dritte Gruppe sind die reinen standortabhängigen Kosten in das Modell aufzunehmen, bestehend aus den Transport- und den Verlagerungskosten. Bei der Bewertung der Transportkosten sind Transporte zwischen den Produktionsstätten und von den Produktionsstätten zu den Absatzmärkten zu unterscheiden. Im ersten Fall hängen die Kosten von der Entfernung zwischen den Werken k und l und dem im Planungszeitraum transportierten Mengenvolumen zwischen den Bereichen i (in Werk k) und j (in Werk l) ab; sie seien mit A_{ijkl} bezeichnet, wobei $k \neq l$. Dann sind die gesamten Transportkosten zwischen den Werken gegeben durch

$$(5.8) \quad J^{(4)} = \sum_{\substack{k,l=1 \\ k \neq l}}^K \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I A_{ijkl} \cdot y_{ik} \cdot y_{jl}$$

Analog hängen die externen Transportkosten B_{ik} von der mittleren Entfernung zwischen dem Werk k und den Absatz-

märkten für die Fertigprodukte des Bereichs i , sowie vom transportierten Mengenvolumen über den Planungszeitraum ab, also

$$(5.9) \quad J^{(5)} = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I B_{ik}' y_{ik}$$

Schließlich sind noch die Aufwendungen für die Verlagerung von Produktbereichen zwischen den Produktionsstätten zu berücksichtigen. Diese Kosten werden verursacht durch den Abbau, Transport und Wiederaufbau der Produktionsanlagen, die Einrichtung von neuen Versorgungseinrichtungen, die Vorproduktion auf Lager zur Überbrückung der Stillstandzeit, aber auch durch zusätzlich anfallende Maschineninvestitionen, falls die Bearbeitungszeiten und Schrotttraten wegen der zunächst geringeren Produktionserfahrung im neuen Werk höher sind. Allgemein hängen damit die Verlagerungskosten D_{irk} für einen Produktbereich i sowohl von der Wahl des Bereichsplanes r als auch von der Wahl des neuen Werkes k ab. Insgesamt ergibt sich

$$(5.10) \quad J^{(6)} = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} D_{irk} x_{irk} \quad ,$$

wobei $D_{irk_0} = 0$, falls der Produktbereich i sich gegenwärtig in Werk k_0 befindet.

Die entscheidungsabhängigen Gesamtkosten C über den Planungszeitraum sind durch die Addition der Kostenbeiträge $J^{(1)}$ bis $J^{(6)}$ gegeben:

$$(5.11) \quad C = \sum_{n=1}^6 J^{(n)}$$

Die optimale Standortzuweisung ist durch das Minimum der Zielfunktion (5.11) ausgezeichnet, unter Beachtung der begrenzten Budgetziele. Darauf wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

c) Nebenbedingungen des Modells.

Zunächst ist die logische Bedingung einzuhalten, daß in einer zulässigen Lösung für jeden Produktbereich i nur ein einziger Bereichsplan r und nur eine einzige Standortzuweisung k ausgewählt werden kann, d. h.

$$(5.12) \quad \sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^{R_i} x_{irk} = 1 \quad ; \quad (i=1,2,\dots,I)$$

Für den Bedarf an Personal, Fertigungsfläche und Finanzierungsmittel sind Budgetziele einzuhalten. Das gesamte Personal P_k einer Produktionsstätte k für das gewählte Bezugsjahr am Ende des Planungszeitraums ist wegen (5.4) gegeben durch

$$(5.13) \quad P_k = (1 + \mu) \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} p_{ir} \cdot z_{ir}.$$

Unter Beachtung vorgegebener unterer und oberer Grenzen $\underline{P}_k$ und $\overline{P}_k$ gilt dann

$$(5.14) \quad \underline{P}_k \leq (1 + \mu) \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} p_{ir} \cdot z_{ir} \leq \overline{P}_k \quad ; \quad (k=1,2,\dots,K).$$

Für den Bedarf an Fertigungsfläche sind im Bezugsjahr nur obere Grenzen $\overline{Q}_k$ einzuhalten. Dabei sei $\overline{Q}_k$ die Nettoverfügbarkeit abzüglich der Gemeinschaftseinrichtungen wie Kantine, Parkplätze, usw.; es sei angenommen, daß diese Gemeinschaftseinrichtungen für die maximale Belegschaft $\overline{P}_k$ ausreichen. Der Bedarf an Flächen pro Produktbereich i bei Wahl des Planes r sei mit q_{ir} bezeichnet. Daneben ist noch der Raumbedarf für das Personal des allgemeinen Stabes zu planen. Dieser ergibt sich aus der Multiplikation der Personalzahl, vgl. (5.4), mit einem Raumfaktor φ , der den mittleren Flächenbedarf pro Mann bezeichnet. Damit gilt

$$(5.15) \quad \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} (q_{ir} + \varphi \mu p_{ir}) \cdot z_{ir} \leq \overline{Q}_k \quad ; \quad (k=1,2,\dots,K).$$

Schließlich ist noch für den gesamten Produktionsbereich eine Beschränkung $\bar{F}$ der Kapitalmittel zu beachten. Der Bedarf entstammt einerseits den Plänen der Produktbereiche, f_{ir} , andererseits sollen auch die Kosten für die Produktionsverlagerungen, D_{irk} , hier mitberücksichtigt werden, also

$$(5.16) \quad \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} (f_{ir} + D_{irk}) \cdot x_{irk} \leq \bar{F}$$

Diese Restriktion bezieht sich im Gegensatz zu den Budgetbeschränkungen für Personal und Fläche auf den kumulierten Bedarf an Finanzierungsmitteln über den Planungszeitraum.

d) Bewertung des Grades der technologischen Spezialisierung.

Die Zielfunktion enthält mit der Gleichung (5.7) einen Kostenanteil S_k , der vom Grad der "technologischen Spezialisierung" in den Produktionsstätten beeinflusst ist. Es wird im allgemeinen sehr schwierig sein, diesen Anteil in monetären Einheiten zu schätzen, da in der Regel sehr unterschiedliche Einflußgrößen zusammenwirken und damit der Grad der Unsicherheit in den Aussagen sehr groß wird. Es soll deshalb stattdessen ein ordinales Bewertungssystem vorgeschlagen werden, das auf einem paarweisen subjektiven Vergleich von je zwei Produktbereichen basiert.¹⁾

Tabelle 18 zeigt am Beispiel von 6 Produktbereichen, die insgesamt einer bestimmten Produktionsstätte zugewiesen sein mögen, das Grundkonzept des Systems. Zunächst wird der Globalbegriff der "technologischen Verträglichkeit" zweier Produktbereiche i und j in konkrete relevante Einzelkriterien aufgespalten, wie etwa die Verträglichkeit bezüglich der Art der maschinellen Ausrüstung, der Maschinenbedienung, des verarbeiteten Materials, des Materialflusses, usw. Für jedes dieser N Einzelkriterien (n) wird eine subjektive Rangfolge s_{ijn} angegeben, wobei dem Produktbereichs-Paar mit der besten Verträglichkeit die Ziffer "10" zugeordnet wird. Relativ in dieser Maximalbewertung werden den anderen Paaren Werte zwischen "1" und "10" zugewiesen.

1) vgl. zum Begriff des ordinalen Messens Heinen, 1968 A, S. 116, Churchman, Ackoff, Arnoff, 1957 (S. 132ff. der dt. Übersetzung, 1961), Hansmann (1968 und 1970 A).

Ferner sei eine Gewichtung h_{in} berücksichtigt, die die Bedeutung widerspiegelt, die der Produktbereich i einer Spezialisierung des Werkes bezüglich des Kriteriums n beimißt. Diese Gewichtung kann für jeden Produktbereich unterschiedlich sein, ihre Höhe hängt von den kritischen Problemen des Bereichs ab und der Einschätzung der Hilfe, die für die Bewältigung dieser Probleme von anderen Bereichen mit ähnlicher Problematik gegeben werden kann. So kann z. B. für einen Produktbereich mit stark schwankendem Bedarf an spezialisiertem Maschinenbedienungspersonal die Präsenz eines zweiten Bereichs mit ähnlicher Art der Maschinenbedienung erstrebenswert sein, um einen Personalausgleich durchführen zu können. Entsprechend könnte das Kriterium "Art der Maschinenbedienung" von diesem Bereich mit einem hohen Gewicht belegt werden. Die Prioritätsziffern h_{in} seien wiederum mit subjektiven Werten zwischen "1" und "10" angegeben mit dem Wert "10" für das Kriterium mit der größten Bedeutung für den betreffenden Produktbereich.

Tabelle 18. Beispiel für die Bewertung der Verträglichkeit zwischen zwei Produktbereichen bezüglich eines bestimmten Kriteriums (z.B. Art der Maschinenbedienung) und für die Gewichtung des Kriteriums.

Produktbereich (j) Produktbereich (i)	Verträglichkeit (s_{ijn})						Gewichtung (h_{in})
	1	2	3	4	5	6	
1		2	5	10	6	7	8
2			7	5	8	4	4
3				1	2	5	5
4					7	6	4
5						3	9
6							3

Nach erfolgter Bewertung der Verträglichkeit zwischen zwei Produkten kann die Transitivitätseigenschaft der Schätzwerte zur Prüfung auf Konsistenz angewandt werden: Da z. B. die Bewertungen für das Paar (1,4) mit "10" und das Paar (1,6) mit "7" sehr hoch sind, muß auch das Paar (4,6) einen

relativ hohen Wert in der Matrix zeigen ("6"). Eine systematische Kontrolle könnte z. B. alle Bewertungen über "6" auf die Wahrung der Transitivitätseigenschaft überprüfen, wie in Tabelle 19 ausgeführt. Es zeigt sich dort, daß für das Produktbereich-Paar (3,5) nur eine Bewertung "2" angegeben worden ist. In diesem Fall sollte eine Wiederholung der Schätzung stattfinden.

Tabelle 19. Überprüfung der Bewertungen auf Konsistenz.

Paare mit $s_{ijn} > 6$	Transitivitätsbeziehung / Bewertung
----------------------------	-------------------------------------

$\begin{Bmatrix} 1,4 \\ 1,6 \\ 2,3 \\ 2,5 \\ 4,5 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} (4,6) / 6 \\ (3,5) / 2 (?) \\ (2,4) / 5 \end{Bmatrix}$	$(1,5) / 6$
---	---	-------------

Anschließend an die Bewertung der Einzelkriterien erfolgt eine Zusammenfassung über die Kriterien zu einer mittleren Verträglichkeitsziffer s_{ij} für ein Produktbereich-Paar (i,j) durch Bildung des Mittelwertes

$$(5.17) \quad s_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \left[\left(h_{in} / \sum_{n=1}^N h_{in} \right) + \left(h_{jn} / \sum_{n=1}^N h_{jn} \right) \right] \cdot s_{ijn}$$

Die Gesamtbewertung $\phi(S_k)$ der technologischen Spezialisierung eines Werkes k, das ordinale Maß für den Kostenanteil S_k in der Gleichung (5.7) der Zielfunktion, soll als die Summe aller paarweisen Bewertungen für die Produktbereiche des Werkes, normiert durch die Zahl χ_k der verschiedenen möglichen Paarbildungen, definiert sein; also

$$(5.18) \quad \phi(S_k) = \frac{1}{\chi_k} \sum_{\substack{i < j \\ i, j \text{ in Werk } k}} s_{ij}$$

Die technologische Spezialisierung einer Produktionsstätte k ist umso höher, je größer der Wert $\phi(S_k)$ ist. Dabei gilt wiederum $1 \leq \phi(S_k) \leq 10$.

Unter Verwendung der durch (5.2) definierten logischen Va-

riablen $y_{ik} = \sum_{r=1}^{R_i} x_{irk}$ mit der Eigenschaft

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{falls Produktbereich } i \text{ dem Werk } k \text{ zugewiesen} \\ & \text{wird} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

läßt sich (5.18) darstellen als

$$(5.19) \quad \phi(s_k) = \frac{\sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I s_{ij} \cdot y_{ik} y_{jk}}{\sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I y_{ik} \cdot y_{jk}} ;$$

denn die Zahl der verschiedenen Paare, χ_k , entspricht der Zahl der Elemente der Matrix $(s_{ij}; i, j \text{ in Werk } k)$, mit N_k^2 bezeichnet, abzüglich der Zahl der Elemente in der Hauptdiagonale, N_k , dividiert durch 2 wegen $i < j$, d. h.

$$(5.20) \quad \chi_k = \frac{N_k^2 - N_k}{2} .$$

Wegen $N_k = \sum_{i=1}^I y_{ik} = \sum_{i=1}^I y_{ik}^2$ gilt jedoch

$$\begin{aligned} \chi_k &= \frac{1}{2} \left[\left(\sum_{i=1}^I y_{ik} \right)^2 - \sum_{i=1}^I y_{ik} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I y_{ik} y_{jk} + \sum_{i=1}^I y_{ik}^2 - \sum_{i=1}^I y_{ik} \right] = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I y_{ik} y_{jk} . \end{aligned}$$

Anstelle des ursprünglichen Kostenzieles gemäß der Zielfunktion (5.11) sind nun zwei Teilziele simultan zu berücksichtigen, nämlich einmal die um den Anteil $J^{(3)}$, den Kosten in Abhängigkeit der technologischen Spezialisierung, reduzierte Kostenfunktion

$$(5.21) \quad \tilde{C} = J^{(1)} + J^{(2)} + J^{(4)} + J^{(5)} + J^{(6)} ,$$

andererseits der Grad der technologischen Spezialisierung der Produktionsstätten. Ein globales Maß für den gesamten Produktionsbereich kann entweder durch den Mittelwert

$$(5.22) \quad \bar{\phi} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \phi(s_k)$$

oder durch die Bewertung des Werkes mit dem niedrigsten Grad der Spezialisierung

$$(5.23) \quad \hat{\phi} = \min_k \phi(s_k)$$

definiert werden. Eine gute Lösung zeichnet sich durch einen möglichst großen Wert für $\bar{\phi}$ oder $\hat{\phi}$ aus; $1 \leq \bar{\phi}, \hat{\phi} \leq 10$. Während bei der Mittelwertbildung ein Ausgleich über die Produktionsstätten zugelassen ist und eine geringe Spezialisierung eines Werkes durch eine sehr hohe eines anderen Werkes kompensiert wird, orientiert sich das schärfere Kriterium (5.23) ausschließlich an der Produktionsstätte mit dem schlechtesten Grad der technologischen Spezialisierung.

Häufig werden beide Ziele zueinander konkurrieren; in diesem Fall ist es sinnvoll, die "Trade-offs" zwischen ihnen zu studieren. Dabei sind vor allem solche Lösungen von Interesse, die bei der vorgegebenen festen Begrenzung des einen Zieles durch ein Minimum des anderen Zieles charakterisiert sind.¹⁾ Diese "effizienten Lösungen" werden gefunden durch die Minimierung von (5.21) unter gleichzeitiger Beachtung von

$$(5.24) \quad \bar{\phi} \text{ oder } \hat{\phi} \geq \varphi,$$

wobei φ parametrisch variiert wird, $1 \leq \varphi \leq 10$. Die sich daraus ergebende Kurve effizienter Lösungen ist in Abbildung 16 skizziert. Lösungen überhalb der Kurve sind nicht effizient und deshalb weniger attraktiv, da sie bei gleichem Grad an technologischer Spezialisierung höhere Kosten aufweisen.

1) siehe Hitch, McKean (1961)

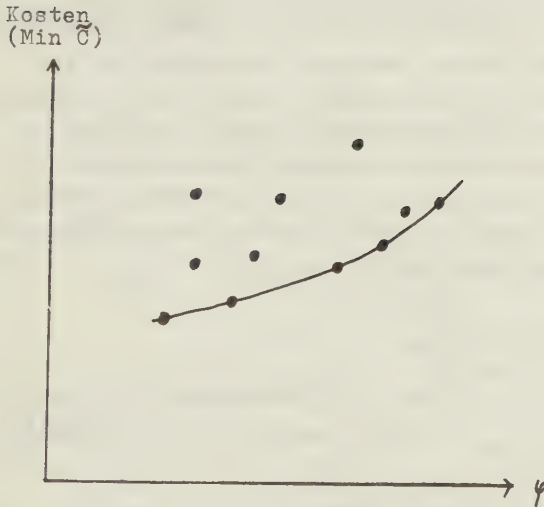


Abbildung 16. Kurve effizienter Lösungen.

e) Transformation in ein lineares Modell.

Es sei zunächst eine Formulierung des Ziels der technologischen Spezialisierung nach (5.23) vorausgesetzt. Wegen (5.19) gilt dann für die Zielbegrenzung (5.24) explizit unter Verwendung der Entscheidungsvariablen y_{ik}

$$(5.25) \quad \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I s_{ij} y_{ik} y_{jk} \geq \varphi \cdot \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I y_{ik} y_{jk} \quad ; \quad (k=1,2,\dots,K)$$

Mit der Gleichung (5.8) der Zielfunktion, die die internen Transportkosten zwischen den Werken beschreibt, d. h.

$$(5.8) \quad J^{(4)} = \sum_{\substack{k,l=1 \\ k \neq l}}^K \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I A_{ijkl} \cdot y_{ik} \cdot y_{jl}$$

enthält damit das ansonsten lineare Modell zwei quadratische Bestandteile, einen in der Zielfunktion und einen in den Nebenbedingungen. Es ist somit vom Typ der quadratischen ganzzahligen Programmierung, wobei sämtliche Variablen nur die Werte 0 oder 1 annehmen können. Formal lassen sich diese quadratischen Terme leicht in lineare Terme durch Einführung zusätzlicher Variablen und Nebenbedingungen transformieren. So können in (5.8) die Produkte $y_{ik} \cdot y_{jl}$ durch eine neue Variable u_{ijkl} mit den Werten 0 oder 1 ersetzt werden, unter Berücksichtigung der zusätzlichen Restriktion

$$(5.26) \quad y_{ik} + y_{jl} - u_{ijkl} \leq 1 \quad ;$$

- denn a) falls $y_{ik} = y_{jl} = 0$, ist u_{ijkl} unbegrenzt, d.h. $u_{ijkl} \geq 0$,
 b) falls $y_{ik} = 1, y_{jl} = 0$, oder umgekehrt, gilt ebenfalls $u_{ijkl} \geq 0$,
 c) falls $y_{ik} = y_{jl} = 1$, ist $u_{ijkl} \geq 1$.

Da die Koeffizienten A_{ijkl} in (5.8) nichtnegativ sind, erzwingt die Minimierung der Zielfunktion in den Fällen a) und b) $u_{ijkl} = 0$ und im Fall c) $u_{ijkl} = 1$.

Dabei ist ausdrücklich die Nichtnegativität der Koeffizienten in der Zielfunktion gefordert. Für den allgemeinen Fall quadratischer Terme in der Zielfunktion und / oder den Nebenbedingungen ist von Watters (1967) eine Transformation angegeben, die die Berücksichtigung von zwei zusätzlichen Nebenbedingungen erfordert, nämlich (5.26) und

$$(5.27) \quad -y_{ik} - y_{jl} + 2 u_{ijkl} \leq 0 \quad ;$$

- denn a) falls $y_{ik} = y_{jl} = 0$, folgt aus (5.27) $u_{ijkl} \leq 0$ und damit $u_{ijkl} = 0$,
 b) falls $y_{ik} = 1$ und $y_{jl} = 0$, oder umgekehrt, folgt aus (5.27) $u_{ijkl} \leq \frac{1}{2}$ und damit $u_{ijkl} = 0$,
 c) falls $y_{ik} = y_{jl} = 1$, folgt aus (5.26) $u_{ijkl} \geq 1$ und aus (5.27) $u_{ijkl} \leq 1$, also $u_{ijkl} = 1$.

Damit zeigt die Variable u_{ijkl} dieselbe Eigenschaft wie das

Produkt $y_{ik} \cdot y_{jk}$ in der Nebenbedingung (5.25) und kann dieses ersetzen. Insgesamt gilt dann anstelle von (5.8) und (5.25):

$$(5.8)^+ \quad J^{(4)} = \sum_{\substack{k,l=1 \\ k \neq l}}^K \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I A_{ijkl} u_{ijkl}$$

$$(5.25)^+ \quad \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I s_{ij} u_{ijkk} \geq \varphi \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^I u_{ijkk} ; (k = 1, 2, \dots, K)$$

$$(5.26) \quad y_{ik} + y_{jl} - u_{ijkl} \leq 1 ; (i, j=1, 2, \dots, I; k, l=1, 2, \dots, K ; i < j)$$

$$(5.27) \quad -y_{ik} - y_{jk} + 2u_{ijkk} \leq 0 ; (i, j=1, 2, \dots, I; k=1, 2, \dots, K; i < j)$$

Sieht man einmal von den Beiträgen durch die Linearisierung der Gleichung für die internen Transporte ab, so ergibt sich als Zahl der zusätzlichen Variablen u_{ijkk}

$$(5.28) \quad K \cdot \frac{I(I-1)}{2} ,$$

da nach (5.20) die Zahl der Paare (i, j) durch $I(I-1)/2$ gegeben ist. Für jede dieser Variablen ist je eine Nebenbedingung vom Typ (5.26) und (5.27) zu berücksichtigen, insgesamt ergeben sich damit

$$(5.29) \quad K \cdot I \cdot (I-1)$$

Nebenbedingungen.

Dazu kommen Variable und Nebenbedingungen für die Linearisierung der Transportkosten.

Das Transformationsschema von Watters gilt nicht nur für quadratische Terme, sondern auch für allgemeine polynomiale Formen

$$(5.30) \quad U_{i_1, i_2, \dots, i_M, k_1, k_2, \dots, k_M} = y_{i_1 k_1} \cdot y_{i_2 k_2} \cdots y_{i_M k_M}$$

Den Nebenbedingungen (5.26) und (5.27) entsprechen hier die beiden Ungleichungen

$$(5.31) \quad \sum_{m=1}^M y_{i_m k_m} - U_{i_1, i_2, \dots, i_M, k_1, k_2, \dots, k_M} \leq M - 1$$

$$(5.32) \quad - \sum_{m=1}^M y_{i_m k_m} + M \cdot U_{i_1, i_2, \dots, i_M, k_1, k_2, \dots, k_M} \leq 0$$

Die Beweisführung erfolgt analog wie im quadratischen Fall $M = 2$.

Mit Hilfe dieser Transformation kann auch bei Verwendung des Mittelwertes (5.22) als Maß der technologischen Spezialisierung für den gesamten Produktionsbereich, d. h.

$$\bar{\phi} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \phi(s_k)$$

das Modell linearisiert werden. Hier gilt für die begrenzte Zielsetzung $\bar{\phi} \geq \varphi$ wegen (5.19) die explizite Formulierung

$$(5.33) \quad \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left[\frac{\sum_{i < j; i, j=1}^I s_{ij} y_{ik} y_{jk}}{\sum_{i < j; i, j=1}^I y_{ik} y_{jk}} \right] \geq \varphi$$

Durch Multiplikation dieser Ungleichung mit

$$\prod_{k=1}^K \left[\sum_{\substack{i, j=1 \\ i < j}}^I y_{ik} y_{jk} \right]$$

ergeben sich polynomiale Terme vom Typ

$$U_{i_1, i_2, \dots, i_{2K}} = y_{i_1, 1} \cdot y_{i_2, 1} \cdot y_{i_3, 2} \cdot y_{i_4, 2} \cdots y_{i_{2K-1}, K} \cdot y_{i_{2K}, K},$$

wobei die Indexfolge $k_1, k_2, \dots, k_M$ in (5.30) stets gleich ist und deshalb in der Variablenbezeichnung weggelassen werden kann. Es gilt $M = 2K$.

Die Zahl der Variablen $U_{i_1, i_2, \dots, i_{2K}}$ ist wegen $i_1 < i_2, i_3 < i_4, \dots, i_{2K-1} < i_{2K}$ und (5.20)

$$(5.34) \quad \left(\frac{I(I-1)}{2} \right)^K .$$

Für jede dieser Variablen ist je eine Nebenbedingung (5.31) und (5.32) zu berücksichtigen, also insgesamt

$$(5.35) \quad 2 \left(\frac{I(I-1)}{2} \right)^K$$

Bedingungen.

Ein Vergleich mit (5.28) und (5.29) zeigt, daß im Fall der Betrachtung des Mittelwertes als Zielsetzung die Zahl der Variablen und Nebenbedingungen weitaus größer ist; sie hängt exponentiell von der Zahl K der Produktionsstätten ab, während bei der Zielsetzung $\phi = \min_k \phi(S_k)$ die Zahl linear von K abhängt.

Leider wird jedoch in beiden Fällen die Modellgröße schnell zu groß, um mit Hilfe heutiger Optimierungsalgorithmen eine systematische Berechnung der Kurve effizienter Lösungen durchführen zu können. Bei der folgenden Anwendung des Modells auf ein Illustrationsbeispiel wird deshalb auf simultane Betrachtung beider Ziele verzichtet. Statt dessen soll zunächst nur die Kostenminimierung durchgeführt werden, wobei durch den Optimierungsprozeß mehrere unterschiedliche zulässige Lösungen gefunden werden, ehe das Optimum erreicht wird. Für diese Lösungen erfolgt anschließend die Bewertung nach dem Kriterium der technologischen Spezialisierung.

6. Anwendung auf ein Illustrationsbeispiel.

a) Problemstellung

Es wird eine Produktion mit drei verschiedenen Produktionsstätten betrachtet. In den nächsten Jahren läuft die Fertigung für einige ältere Produkte aus, dafür werden neue Produkte aufgenommen. Es soll deshalb für alle nicht auslaufenden bisherigen und alle neuen Produkte die Frage nach dem günstigsten Standort gestellt werden, verbunden mit eventuellen Verlagerungen der gegenwärtigen Produkte. Das signifikante Bezugsjahr für die Bewertung der neuen Standortstruktur wird in drei Jahren gesehen, so daß für den Prozeß der Umstrukturierung ein Planungszeitraum von drei Jahren verbleibt. Die Durchführung innerhalb dieses Zeitraums wird für möglich gehalten.

Im Bezugsjahr werden 10 Produktbereiche unterschieden; sie seien mit A,B,...,K bezeichnet. Dabei sind die während des Planungszeitraumes auslaufenden Bereiche bereits vernachlässigt. Die gegenwärtige Standortzuweisung für die heute schon existierenden Bereiche geht aus Tabelle 20 hervor. Danach würden am Planungshorizont nur die Produktionsstätten I und III mit Fertigung belegt sein, während Werk II leer stünde. Vier der 10 Produktbereiche existieren heute noch nicht, sie werden innerhalb der folgenden drei Jahre neu in die Fertigung aufgenommen. Für sie kann die Standortwahl noch frei ohne Verlagerungsaufwand getroffen werden.

Tabelle 20. Gegenwärtige Standorte der Produktbereiche.

Produktbereich	Produktionsstätte
A	+))
B	III
C	+))
D	I
E	+))
F	III
G	III
H	I
I	I
K	+))

+) neue Produktbereiche

Die in drei Jahren geplante Größe der Produktionsstätten geht

aus Tabelle 21 hervor. Sie zeigt die Budgetziele für Personal und Fläche, die im Bezugsjahr einzuhalten sind, sowie das Budget für die kumulierten Finanzierungsmittel über den gesamten Planungszeitraum und für alle drei Werke.

Tabelle 21. Budgetziele für Personal, Fertigungsfläche und Finanzierungsmittel.

Produktions- stätte	Personal		Fertigungs- fläche (in qm) ($\bar{Q}_k$)	Finanzierungs- mittel (in Millionen DM) ($\bar{F}$)
	untere Grenze	obere Grenze		
	($\underline{P}_k$)	($\bar{P}_k$)		
I	3000	3600	180 000	150
II	1500	2000	90 000	
III	2900	3300	200 000	

b) Mittelbedarf der Produktbereiche.

Tabelle 22 enthält für jeden Produktbereich den Bedarf an Personal (p_{ir}) und Fertigungsfläche (q_{ir}) im Bezugsjahr und an Finanzierungsmitteln (f_{ir}) über den Planungszeitraum. Dabei liegen für die Bereiche A, C, F und K alternative Bereichspläne (r) vor; die Auswahl des geeignetsten Plans ist damit Teil des Entscheidungsproblems.

Die Vorhersage des Bedarfs an Fertigungspersonal läßt sich in der Regel unmittelbar aus den Kapazitätsplänen, wie sie am Beispiel des Beschichtungsprozesses in Teil II abgeleitet wurden, ablesen. Dabei kann gegebenenfalls der Lerneffekt mitberücksichtigt werden, d. h. mit wachsender Produktionserfahrung nimmt die Zahl des Personals ab. Der zeitliche Bedarfsverlauf für das Personal des technischen Stabs zeigt häufig eine ähnliche Form wie die Lebenskurve eines Produktes, nur in der Zeit etwas nach vorne verschoben, vgl. Abbildung 17. Der Maximalbedarf wird zum Zeitpunkt des Produktionsanlaufs benötigt.¹⁾ Der Bedarf an Personal des allgemeinen Stabs wurde

1) Ein entsprechendes Vorhersagemodell wurde von P. Norden (1964) für Forschungs- und Entwicklungspersonal abgeleitet. Bei technologisch komplexer Fertigung, bei der der Bedarf an technischem Personal überhaupt erst eine größere Rolle spielt, kann der Aufbau und die Betreuung eines Produktionsprozesses als "Entwicklungsprojekt" betrachtet werden.

im Modell bereits proportional zur gesamten Belegschaftsgröße eines Werkes gesehen; im Beispiel sei der Anteil $\lambda = 0.145$ gewählt, d. h. 14.5 Prozent der Gesamtbelegschaft führen Tätigkeiten des allgemeinen Stabs aus.

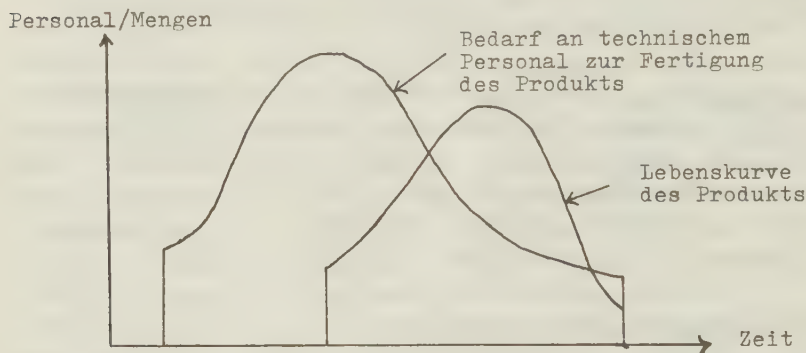


Abbildung 17. Vorhersagemodell für den Bedarf an technischem Personal pro Produkt.

Der Bedarf an Fertigungsfläche ergibt sich aus dem Raumbedarf der Fertigungsanlagen und des Personals, einschließlich eines Zuschlags für gemeinsame Einrichtungen eines Produktbereiches. Für den Raumbedarf des Personals sei ein Faktor $\varrho = 10$ qm pro Mann angenommen; dieser Faktor wird für die Ermittlung des Raumbedarfs für das Personal des allgemeinen Stabes in (5.15) benötigt.

Der Bedarf an Finanzierungsmitteln eines Bereichs resultiert aus den Anschaffungskosten der im Planungszeitraum zu tätigen Maschineninvestitionen und sonstigen Kapitalkaufwendungen mit längerer Lebensdauer.

Tabelle 22. Mittelbedarf für die Produktbereiche.

Produkt- bereich	Bereichs- plan	Fertigungs- personal und techni- scher Stab +)	Fertigungs- fläche +) (in 1000qm)	Finanzierungs- mittel ++) (in Millionen DM)
(i)	(r)	(p _{ir})	(q _{ir})	(f _{ir})
A	1	720	64	56.0
	2	990	45	38.7
	3	1130	59	29.5
B	(1)	610	19	0.8
C	1	230	28	18.3
	2	140	4	6.7
D	(1)	210	20	2.3
E	(1)	680	43	17.2
F	1	1620	77	47.5
	2	2070	64	26.0
	3	2470	66	4.7
G	(1)	1310	41	8.2
H	(1)	690	34	1.7
I	(1)	580	22	3.6
K	1	130	35	19.5
	2	180	29	9.2

+) im Bezugsjahr

++) über den Planungszeitraum

c) Kostenparameter

Hier sind zunächst die isolierten Kostenbeiträge der Produktbereiche, C_{ir} , zu berücksichtigen. Sie ergeben sich aus der in Kapitel 4 c skizzierten Bereichsplanung, wobei durch unterschiedliche Vorgaben der Mittelbudgets alternative Pläne r aufgestellt werden können. Da letztlich g ein einziger der R_i Pläne auszuwählen ist, genügt es, anstelle der vollen Kosten nur die Differenzen zum kostengünstigsten Plan

$$(6.1) \quad C_{ir}^A = C_{ir} - \min_r C_{ir}$$

zu berücksichtigen; denn sie allein sind entscheidungsrelevant. Dies folgt unmittelbar durch Einsetzen von (6.1) in die

Kostengleichung (5.3) unter Beachtung, daß $\sum_{r=1}^{R_i} z_{ir} = 1$.
Damit ersetzt

$$(6.2) \quad J^{(1)} = \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^{R_i} \hat{C}_{ir} z_{ir}$$

den Beitrag von $J^{(1)}$ in der Zielfunktion. Dies bringt eine Vereinfachung der Datenermittlung mit sich; denn alle Bereiche mit nur einer einzigen Planalternative brauchen in (6.2) nicht mehr berücksichtigt zu werden, da $\hat{C}_{ir} = 0$.
Tabelle 23 enthält in der dritten Spalte die Kostendifferenzen.

Zur Berechnung des Kostenbeitrags des allgemeinen Stabs in Gleichung (5.6) ist die Schätzung der Kosten L pro Mann für Gehalt, Raum und sonstige personalabhängige Aufwendungen notwendig. Sie sei hier mit $L = 150\,000$ DM über den Planungszeitraum gegeben.

Die Schätzwerte für die Verlagerungskosten D_{irk} sind ebenfalls in Tabelle 23 angegeben. Auf ihre Zusammensetzung wurde bereits in Kapitel 5 hingewiesen. Die Ermittlung dieser Kosten wird im allgemeinen sehr aufwendig sein; es empfiehlt sich deshalb unter Umständen, nur für einen einzigen Produktbereich und dessen alternative Pläne die Verlagerungskosten detailliert zu berechnen und die Aufwendungen für die anderen Bereiche relativ zu diesem "Referenzbereich" zu schätzen.

Schließlich sind in den letzten Spalten der Tabelle 23 die Schätzwerte für die "externen Transportkosten" B_{ik} zu den Absatzmärkten angegeben, bezogen auf den gesamten Planungszeitraum von drei Jahren. Es sind dabei nur zwei Produktbereiche berücksichtigt; die Transportkosten für die anderen Bereiche mögen innerhalb der hier betrachteten monetären Größenordnung vernachlässigbar sein. Ebenso fallen nur für den Transport zwischen den Produktbereichen D und F nennenswerte "interne Transportkosten" A_{ijkl} an; sie sind in Tabelle 24 enthalten.

Tabelle 23. Kostenparameter (in Millionen DM) ohne interne Transportkosten; siehe Tab. 24

Produkt- bereich	Bereichs- plan	Bereichs- kosten (Differenzen)	Verlagerungs- kosten (D_{irk}) zu Werk k			Externe Transport- kosten (B_{ik}) zu Werk k		
			I	II	III	I	II	III
(i)	(r)	(C_{ir})						
A	1	0	-	-	-	-	-	-
	2	13.4	-	-	-	-	-	-
	3	20.0	-	-	-	-	-	-
B		0	4.8	6.2	0	2.1	1.6	3.0
C	1	0	-	-	-	4.7	3.1	6.5
	2	13.2	-	-	-	4.7	3.1	6.5
D		0	0	2.3	2.7	-	-	-
E		0	-	-	-	-	-	-
F	1	0	23.0	22.0	0	-	-	-
	2	30.0	17.3	16.3	0	-	-	-
	3	47.0	13.7	12.7	0	-	-	-
G		0	6.3	6.3	0	-	-	-
H		0	0	1.8	1.8	-	-	-
I		0	0	3.2	2.9	-	-	-
K	1	1.5	-	-	-	-	-	-
	2	0	-	-	-	-	-	-

Tabelle 24. Interne Transportkosten A_{ijkl} zwischen den Produktbereichen D und F (in Millionen DM).

Bereich D in Werk	Bereich F in Werk		
	I	II	III
I	0	1.8	0.7
II	1.8	0	2.1
III	0.7	2.1	0

d) Technologische Verträglichkeit zwischen zwei Produktbereichen.

Als Spezifizierung des globalen Begriffs der technologischen Verträglichkeit zwischen zwei Produktbereichen seien hier die drei Einzelkriterien "Art maschineller Ausrüstung der Fertigung", "Art der Maschinenbedienung" und "Art des Materialflusses" unterschieden. Für jedes dieser Kriterien ist in den Tabellen 25, 26 und 27 unabhängig eine ordinale Bewertung der paarweisen Verträglichkeit s_{ijn} durchgeführt. In der letzten Spalte sind die Gewichtungen h_{in} angegeben, die die Bedeutung widerspiegeln, welche der Produktbereich i einer Spezialisierung des Werkes bezüglich des Kriteriums n beizumisst. Tabelle 28 enthält die Zusammenfassung der drei Kriterien zu der mittleren Verträglichkeitsziffer s_{ij} nach Gleichung (5.17) des Kapitels 5d.

Tabelle 25. Bewertung der technologischen Verträglichkeit
zwischen zwei Produktbereichen nach dem Kriterium
"Art der maschinellen Ausrüstung der Fertigung"

[illegible]

Tabelle 26. Bewertung der technologischen Verträglichkeit zwischen zwei Produktbereichen nach dem Kriterium "Art der Maschinenbedienung".

[illegible]

Tabelle 27. Bewertung der technologischen Verträglichkeit zwischen zwei Produktbereichen nach dem Kriterium "Art des Materialflusses".

[illegible]

Tabelle 26. Zusammenfassung zu einer mittleren Verträglichkeitssiffer.

Produktbereich (i)	Produktbereich (j)	Mittlere Verträglichkeitssiffer (s_{ij})									
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	K
A			4.5	3.3	4.4	5.7	7.1	2.0	4.0	3.8	2.6
B				7.6	3.2	5.4	2.6	4.2	8.8	3.4	4.1
C					5.4	5.7	5.7	4.4	7.1	5.3	4.1
D						4.8	7.0	5.4	4.1	4.2	5.4
E							4.9	3.6	4.7	4.6	3.1
F								7.0	3.1	5.9	4.0
G									5.0	7.1	5.1
H										4.4	5.1
I											4.6

e) Ermittlung und Interpretation der Ergebnisse.

Nach Anwendung der Transformationsregeln von Kapitel 1e ist die vorliegende Optimierungsaufgabe vom Typ der linearen Null-Eins-Programmierung. Dabei werden für die Linearisierung des Terms in der Zielfunktion, der die internen Transportkosten beschreibt, nur 6 zusätzliche Variable und Nebenbedingungen benötigt, da lediglich zwischen den beiden Produktbereichen D und F solche Transporte zu berücksichtigen sind. Klammert man zunächst den Aspekt der technologischen Spezialisierung aus, so ist die Modellgröße insgesamt durch 54 Variable und 16 Nebenbedingungen gekennzeichnet. Dabei sind die Variationszusammenfassungen y_{ijk} und s_{ij} nach (5.4) wieder durch die Ausgangsvariable x_{ijk} nach (5.1) substituiert worden. Anhang F enthält das Optimierungstableau.

Leider wird durch das Einfügen des Aspekts der technologischen Spezialisierung in Form der begrenzten Zielsetzung

$$\hat{\phi} \geq \varphi \quad \text{bzw.} \quad \bar{\phi} \leq \varphi$$

mit

$$\hat{\phi} = \min_k \hat{\phi}(S_k) \quad \text{bzw.} \quad \bar{\phi} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{\phi}(S_k),$$

die zunächst relativ kleine Dimension des Problems wesentlich vergrößert, wenn man hier ebenfalls eine Linearisierung

durchführt. Denn nach Gleichung (5.34) und (5.35) des Kapitels 5e ist bei Beachtung der Mittelwert-Zielsetzung $\hat{\phi}$ die Zahl der zusätzlichen Variablen mit $45^3 = 91\,125$ und der zusätzlichen Nebenbedingungen mit $182\,250$ gegeben; die rechnerische Behandlung scheidet hier von vornherein aus. Günstiger wird die Größenordnung bei Betrachtung der Zielsetzung $\hat{\phi}$; denn hier sind nach (5.28) und (5.29) des Kapitels 5e 135 zusätzliche Variable und 270 zusätzliche Nebenbedingungen für die Linearisierung anzusetzen. Insgesamt ergibt sich damit eine Problemgröße von 189 Variablen und 296 Nebenbedingungen. Obwohl wegen der speziellen Struktur der meisten Nebenbedingungen es möglich sein könnte, auf einer Großrechenanlage bei erheblichem Aufwand an Rechenzeit effiziente Lösungen zu finden, ist dies hier nicht durchgeführt worden.

Stattdessen soll zunächst nur die kostenoptimale Standortzuweisung ohne Beachtung des Kriteriums der technologischen Spezialisierung ermittelt werden. Dabei wird ein Branch- und Bound-Verfahren angewandt, das in der Regel während der Suche nach der Optimallösung noch weitere zulässige Lösungen findet. Für diese Lösungen wird hinterher der Grad der technologischen Spezialisierung bewertet.

Die Kostenoptimierung wurde auf einer Rechenanlage IBM 1130 mit Hilfe des Programms DZIP1 in einer Rechenzeit von etwa 15 Minuten durchgeführt. Programm und Algorithmus wurden von Lembke und Spielberg (1966, 1967) entwickelt; der Algorithmus entspricht einer Modifikation des Verfahrens von Balas (1965).

Tabelle 29 enthält die Ergebnisse. Neben der kostenoptimalen Lösung 1 wurden noch 7 weitere zulässige Lösungen gefunden. Da die Absolutkosten wegen der Beschränkung auf entscheidungsrelevante Bestandteile nicht aussagefähig sind, werden nur die Kostendifferenzen zur Optimallösung angegeben. Der Übersichtlichkeit wegen ist die Angabe des Bedarfs an Personal, Fertigungsfläche und Finanzierungsmitteln in Tabelle 29 nicht angegeben, eine detailliertere Beschreibung der Lösungen findet sich in Anhang G.

Im Anschluß an die Kostenoptimierung wurde die Bewertung des Grads der technologischen Spezialisierung $\hat{\phi}(S_k)$ für die einzelnen Werke sowie $\hat{\phi}$ und $\bar{\phi}$ für den gesamten Produktionsbereich

durchgeführt. Dies ist ohne großen Aufwand manuell anhand der Tabelle 28 möglich. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 29 enthalten.

Tabelle 29. Zusammenfassung der gefundenen Lösungen.

Lösung		Produktionsstätte			Bewertung der Ziele		
					Kosten- differenz zur kosten- günstigsten Lösung	Grad der techno- logischen Spezialisierung	
						ϕ	$\bar{\phi}$
1	a)	DEGHK	AC	BFI	0	3.3	3.97
	b)	2	31	1			
	c)	4.63	3.3	3.97			
2	a)	AEHI	CG	BDFK	2.8 ⁺)	4.38	4.44
	b)	2	2	12			
	c)	4.53	4.4	4.38			
3	a)	DEGH	ACK	BFI	3.7	3.33	3.97
	b)		222	1			
	c)	4.6	3.33	3.97			
4	a)	DEGI	AH	BCFK	6.0	4.0	4.41
	b)		2	212			
	c)	4.95	4.0	4.68			
5	a)	CEGI	AH	BDFK	6.2	4.0	4.5
	b)	2	2	12			
	c)	5.12	4.0	4.38			
6	a)	EGI	AH	BCDFK	8.0	4.0	4.67
	b)		2	2 12			
	c)	5.1	4.0	4.91			
7	a)	DEGIK	BCH	AF	26.3	4.79	6.57
	b)	2	2	12			
	c)	4.79	7.83	7.1			
8	a)	DEF	AH	BCGIK	55.8	4.0	4.84
	b)	2	2	2 1			
	c)	5.57	4.0	4.99			

a = Zuweisung der Produktbereiche zu den Werken

b = Auswahl der Bereichspläne, falls zwischen mehreren Plänen gewählt werden konnte

c = Grad der technologischen Spezialisierung ϕ (S_k) einer Produktionsstätte

+) = Millionen DM

Die kostengünstigste Lösung 1 zeigt einen relativ niedrigen Grad der technologischen Spezialisierung. Dagegen ist die Lösung 7 die beste bezüglich dieses Kriteriums. Die Kostendifferenz beträgt jedoch 26.3 Millionen DM, so daß die höhere Spezialisierung unter Umständen zu teuer erkaufte ist. Eine Verbesserung des Grades der technologischen Spezialisierung zeigt jedoch auch die Lösung 2 bei einer Kostendifferenz von nur 2.8 Millionen DM. Die Analyse der Trade-offs für die anderen 5 Lösungen bringt keine wesentlichen zusätzlichen Gesichtspunkte. Damit sind für die Entscheidungsfindung insbesondere die drei erwähnten Lösungen von Interesse. Sie sind innerhalb der 8 gefundenen Alternativen effiziente Lösungen. Ein Blick auf die Tabelle 20, die den Standort der Produktbereiche zu Anfang des Planungszeitraumes enthält, zeigt, daß bei der kostengünstigsten Lösung 1 eine Verlagerung des Bereichs G von Werk III nach I und des Bereichs I von Werk I nach III durchgeführt wird. In der Lösung 7 mit dem höchsten Grad an Spezialisierung finden drei Verlagerungen statt, nämlich der Produktbereiche B (III nach II), G (III nach I) und H (I nach II). In Lösung 2 werden die beiden Produktbereiche D (I nach III) und G (III nach II) transferiert. Neben diesen Unterschieden bei den Verlagerungen wird auch die Standortentscheidung für die neuen Produktbereiche zum Teil verschieden getroffen, ebenso werden unterschiedliche Bereichspläne ausgewählt, so daß diese Lösungen wesentliche Differenzen in ihrer Struktur zeigen.

Zu diesen "automatisch" gefundenen Entscheidungsalternativen können gegebenenfalls noch weitere, vom Entscheidungsgremium selbst definierte Alternativen beigelegt und bewertet werden. Sodann ist es meist sinnvoll, den Einfluß der Budgetgrenzen für das Personal, die Fertigungsfläche und die Finanzierungsmittel zu testen, indem diese Grenzen sukzessive verändert werden. Für das Illustrationsbeispiel zeigt sich dabei, daß insbesondere eine Erhöhung der verfügbaren Finanzierungsmittel zu kostengünstigeren Lösungen führt. Auch hier können schließlich Trade-offs zwischen den primären Optimierungskriterien und den Budgetrestriktionen zu einer revidierten

Festsetzung der Begrenzungen führen.¹⁾ Auf eine explizite Durchführung am Beispiel sei jedoch hier verzichtet, da sie methodisch nichts Neues bringt.

f) Einige abschließende Bemerkungen zum Modell und seiner Anwendung.

Es wurde hier der Versuch unternommen, für ein Problem der Standortplanung ein Entscheidungsmodell zu formulieren und auf ein Illustrationsbeispiel anzuwenden. Neben einem monetär meßbaren Kostenteil wurde als weiteres Kriterium der subjektiv bewertete Grad der technologischen Spezialisierung berücksichtigt. Ohne Zweifel bleiben einige wichtige Aspekte bei der Modellformulierung und Anwendung noch offen.

Bei der Anwendung bereitete der rechnerische Lösungsprozeß Schwierigkeiten. Anstelle der simultanen Betrachtung beider Kriterien und damit der Ableitung der Kurve effizienter Lösungen konnte deshalb das Kriterium der technologischen Spezialisierung nur als "Zusatzkriterium" behandelt werden, nachdem zuvor eine Reihe von Lösungen allein nach dem Kostenkriterium ermittelt wurde. Der Grund lag in der quadratischen bzw. polynomialen Struktur der Nebenbedingungen für die Begrenzung des Grades der technologischen Spezialisierung. Eine Linearisierung führte zu einer immensen Vergrößerung des Modells. Hier müßte eine heuristische Lösungsmethode entwickelt werden.

Als kritischer Punkt in der Modellformulierung ist die Vernachlässigung der Zeitdimension zu nennen. Es wird vorausgesetzt, daß der Bedarf an Personal und Fläche für die vor

1) Ein folgerichtiger Schritt wäre die simultane Berücksichtigung der Finanzierungsmöglichkeiten im Unternehmen, jedoch müßte dabei die isolierte Betrachtung des Produktionsbereiches aufgegeben werden; vgl. Einleitung I, d.

dem Planungshorizont liegenden Jahre innerhalb fester Grenzen bleibt, die einer gleichmäßigen Entwicklung von der heutigen zur zukünftigen Größe entsprechen. Auch für den Bedarf an Finanzierungsmitteln wird nur eine kumulierte Begrenzung über den Planungszeitraum angenommen. Ebenso wird der zeitliche Ablauf der Verlagerungen der Produktbereiche nicht berücksichtigt; hier ist unter anderem ein Zusammenhang zur Einhaltung der jährlichen Mittelbegrenzungen zu beachten. Formal entspricht die Dynamisierung einer relativ einfachen Erweiterung des Modells, jedoch wird wegen der detaillierten Erfassung aller Verlagerungen in der Regel eine umfangreiche und zeitraubende Datenermittlung notwendig sein. Es ist aus diesem Grunde vielleicht dennoch günstiger, zuerst mit Hilfe des beschriebenen statischen Modells eine Vorauswahl von interessanten Alternativen zu treffen und anschließend zur genaueren Beurteilung der Realisierbarkeit eine separate dynamische Detailplanung für die ausgewählten Alternativen durchzuführen.

Als weiterer offener Punkt ist der organisatorische Aspekt und sein Einfluß auf den Personalbedarf nicht berücksichtigt. Es wurde unterstellt, daß die Höhe des technischen Stabs bereichsbezogen und unabhängig von der qualitativen Zusammenfassung der Produktbereiche innerhalb eines Werkes ist. Jedoch wird ein hoher Grad an technologischer Spezialisierung einer Produktionsstätte nicht nur zu geringeren Umschulungs- und sonstigen Personalausgleichskosten führen, sondern auch durch die Möglichkeit der Zentralisierung verschiedener technischer Dienste den Personalaufwand insgesamt reduzieren. Die Auswahl der geeigneten Organisationsform müßte dann in einem erweiterten Modell simultan mit der Standortauswahl erfolgen.

IV. SCHLUSSBETRACHTUNG

Die Arbeit befaßte sich mit der praktischen Behandlung von Investitions- und Standortentscheidungen für Erzeugnisse mit stark veränderlicher Lebenskurve. Dabei standen zwei Aspekte im Mittelpunkt, die Suche nach dem optimalen Investitionsplan für eine einzelne Fertigungslinie und die Wahl des geeigneten Standortes für die verschiedenen Produktbereiche. Für beide Problemkreise wurden Entscheidungsmodelle konstruiert und auf praxisnahe Illustrationsbeispiele angewandt.

Im Rahmen des ersten Problemaspekts wurde ein angenähertes Lösungsverfahren entwickelt. Die Grundidee bestand in einer Reduktion der großen Zahl zulässiger Lösungskombinationen auf einige wenige, sinnvolle Kombinationen durch a priori-Überlegungen, die sich auf das spezifische Investitionsproblem bezogen. Im Prinzip wurde der Optimierungsprozeß über eine heuristisch begründete Variation der Produktionsvariablen bzw. des Produktionsplanes gesteuert. Die verbleibenden kombinatorischen Freiheitsgrade konnten durch vollständige Enumeration beseitigt werden. Die eigentliche Optimierung war durch eine mehrfache Anwendung der Dynamischen Programmierung mit nur einem einzigen Zustandsparameter gekennzeichnet. Es sind damit auch größere praktische Fälle einer rechnerischen Lösung zugänglich, bei denen exakte Algorithmen heute noch weitgehend versagen.

Das Verfahren ist in der vorliegenden Form für das spezielle Problem der simultanen Investitions- und Produktionsplanung für eine Einproduktlinie konzipiert und deshalb nicht ohne weiteres auf andere simultane Planungsmodelle der Kapitaltheorie übertragbar. Sicherlich ist es aber auch dort oft möglich, durch eine entsprechende Vorgehensweise angenäherte Lösungsverfahren zu konstruieren. Die a priori-Überlegungen können dabei auf fundierten empirischen Voruntersuchungen basieren. Theoretisch bestehen wohl oft Schwierigkeiten, die Güte der Verfahren zu verifizieren, jedoch werden diese

für die Praxis schon dann wertvoll sein, wenn sie zufriedenstellende Lösungen finden, die einer intuitiven Planung überlegen sind.

Im Fall der Standortentscheidung wurde versucht, ein strategisches Problem der Produktion zu strukturieren und der quantitativen Analyse zugänglich zu machen. Das globale Kostenkriterium wurde in zwei partielle Kriterien aufgespalten, von denen eines durch ein subjektives System bewertet wurde. Mit der Betrachtung alternativer Bereichspläne war eine Verbindung zum zuvor behandelten Aspekt der maschinellen Ausstattung der einzelnen Produktbereiche hergestellt. Die Modelle beider Problemkreise können deshalb als ein zweistufiger Planungsprozeß interpretiert werden, wobei nur ausgewählte, sinnvolle Alternativen der ersten Stufe als Information in die höhere Stufe eingehen. Dies kann als ein Kompromiß zwischen der sukzessiven und der simultanen Planung gesehen werden. Voraussetzung für die Durchführung einer solchen Planung, wie einer jeden systembezogenen Betrachtungsweise, ist jedoch, daß die organisatorischen Gegebenheiten eines Unternehmens einen simultanen Entscheidungsprozeß zulassen.

LITERATURHINWEISE:

- Albach, H., Investition und Liquidität. Wiesbaden 1962
- Albach, H., Investitionsentscheidungen im Mehrproduktunternehmen. In: Betriebsführung und Operations Research. Hrsg. A. Angermann, Frankfurt 1963
- Balas, E., An Additive Algorithm for Solving Linear Programs with Zero-One Variables. In: Operations Research 13 (1965), S. 517-546
- Balinski, M.L., Integer Programming: Methods, Uses, Computation. In: Management Science 12 (1965), S. 253-313
- Barlow, R.E. and F. Proschan, Mathematical Theory of Reliability. New York 1965
- Bellman, R., Dynamic Programming. Princeton N.J. 1957
- Bellman, R. and S.E. Dreyfus, Applied Dynamic Programming. Princeton N.J. 1962
- Bertoletti, M., J. Chapiro and H. Rieznik, Optimization of Investment - A Solution by Linear Programming. In: Management Technology 1 (1960), S. 64-74
- Bessière, F., The "Investment '85" Model of Electricité de France. In: Management Science 17 (1970), S. B 192 - B 211
- Blumentrath, U., Investitions- und Finanzplanung mit dem Ziel der Endwertmaximierung. Wiesbaden 1969
- Chako, G.K., Today's Information for Tomorrow's Products. Washington D.C., 1966
- Charnes, A., W.W. Cooper and M.H. Miller, Application of Linear Programming to Financial Budgeting and the Costing of Funds. In: Journal of Business 32 (1959), S. 20-46
- Churchman, C.W., R.L. Ackoff and E.L. Arnoff, Introduction to Operations Research. New York 1957
(dtische Übersetzung: Operations Research. Wien 1961)
- Dean, J., Capital Budgeting. New York 1951
- Domsch, M., Simultane Personal- und Investitionsplanung im Produktionsbereich. Bielefeld 1970
- DZIP1, siehe Lembke, Spielberg (1966)
- Egerton, R.A.D., Investment Decisions under Uncertainty. Liverpool 1960
- Farrar, D.E., The Investment Decision under Uncertainty. Englewood Cliffs, N.J. 1962
- Förstner, K. und R. Henn, Dynamische Produktionstheorie und Lineare Programmierung. Meisenheim 1957
- Glörfeld, K., Die Untersuchung des Zuordnungsproblems von Werkstück, Werkzeug und Werkzeugmaschine am Beispiel des Fertigungsverfahrens Fräsen. Diss. Techn. Universität Hannover 1968
- Gutenberg, E., Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre. Bd. I, Die Produktion. 10. Aufl. Berlin 1965
- Hadley, G. Linear Programming. Reading, Mass. 1962

- Hadley, G., Nonlinear and Dynamic Programming. Reading Mass. 1964. (Nachdruck 1970)
- Hanssmann, F., Operations Research in Production and Inventory Control. New York 1962
- Hanssmann, F., Operations Research Techniques for Capital Investment. New York 1968
(im Text zitiert als "Hanssmann 1968")
- Hanssmann, F., Probability of Survival as an Investment Criterion. In: Management Science 15 (1968), S. 33-48
- Hanssmann, F., Optimierung der Organisationsstruktur. Ein erster Versuch am Beispiel einer Vertriebsorganisation. In: Zeitschr. f. Betriebswirtschaft 40 (1970), S. 17-30 (A)
- Hanssmann, F. und F. Schober, Simultane Investitions- und Produktionsplanung in der Teilefertigung. In: Ablauf- und Planungsforschung 11 (1970), S. 84-93 (B)
- Hax, H., Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe der linearen Programmierung. In: Zeitschr. f. betriebswirtschaftl. Forschung 16 (1964), S. 430-446
- Hax, H. und H. Laux, Investitionstheorie. In: Beiträge zur Unternehmensforschung. Hrsg. G. Menges. Würzburg 1969
- Heinen, E., Das Kapital in der betriebswirtschaftlichen Kostentheorie. Wiesbaden 1966
- Heinen, E., Das Zielsystem der Unternehmung. Wiesbaden 1968 (A)
- Heinen, E., Einführung in die Betriebswirtschaftslehre. Wiesbaden 1968 (B)
- Heinen, E., Betriebswirtschaftliche Kostenlehre. Kostentheorie und Kostenentscheidungen. 3. Aufl. Wiesbaden 1970
- Helmer, O. Wissenschaft. In: Technologie der Zukunft, Hrsg. R. Jungk. Berlin 1970
(Übersetzung aus: Science Journal 3, 1967)
- Hertz, D.B., Risk Analysis in Capital Investments. Cambridge 1961
- Hitch, C.J. und R.N. McKean, The Economics of Defense in the Nuclear Age. Cambridge 1961
- Jääskeläinen, V., Optimal Financing and Tax Policy of the Corporation. Helsinki 1966
- Jacob, H., Investitionsplanung auf der Grundlage linearer Optimierung. In: Zeitschr. f. Betriebswirtschaft 32 (1962), S. 651-655
- Jacob, H., Neuere Entwicklungen in der Investitionsrechnung. In: Zeitschr. f. Betriebswirtschaft 34 (1964), S. 487-507 und S. 551-594
- Kendrick, D. A., Programming Investment in the Process Industries, An Approach to Sectoral Planning. Cambridge, Mass. 1967
- Koch, H., Probleme der Investitionsplanung. In: Zeitschrift f. Betriebswirtschaft 39 (1969), S. 761-778
- Land, A. H. and A. Doig, An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems. In: Econometrica 28 (1960), S. 497-520

- Langer, H., Die Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms für Mehrproduktbetriebe mit Hilfe der Linearen Programmierung. Diss. Mainz 1962
- Lembke, C.E. and K. Spielberg, DZIP1 (Direct Search Zero-One Integer Programming 1), IBM Programm Nr. 360 D - 15.2.001 (1966)
- Lembke, C.E. and K. Spielberg, Direct Search Algorithms for Zero-One and Mixed-Integer Programming. In: Operations Research 15 (1967), S. 892-914
- Linder, A., Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure. 3. Aufl. Basel 1960
- Lorie, J. H. and L.J. Savage, Three Problems in Rationing Capital. In: Journal of Business 28 (1955), S.229-239
- Lutz, F. and V. Lutz, Theory of Investment of the Firm. Princeton N.J. 1951
- Markowitz, H., Portfolio Selection. New York 1959
- Massé, P., R. Gibrat, Application of Linear Programming to Investments in the Electric Power Industry. In: Management Science 3 (1957), S. 149ff.
- Massé, P., Le choix des investissements - Critères et méthodes. 1. Aufl. Paris 1959; 2. Aufl. Paris 1964 (dtische Übersetzung der 2. Aufl.: Investitionskriterien. München 1968)
- McKean, R.N., Efficiency in Government through Systems Analysis. New York 1958
- Mitten, L.G. and G.L. Nemhauser, Multistage Optimization. In: Chemical Engineering Progress 59 (1963), S. 53-60
- Moxter, A., Lineares Programmieren und betriebswirtschaftliche Kapitaltheorie. In: Zeitschr. f. handelswissenschaftliche Forschung (1963), S. 285ff.
- MPSX-MIP, IBM Programm Nr. 5734-XM4
- Nemhauser, G.L. Introduction to Dynamic Programming. New York 1966 (dtische Übersetzung: Einführung in die Praxis der dynamischen Programmierung. München 1969)
- Norden, P., Manpower Utilization Patterns in Research and Development Projects. PhD Thesis. Columbia University, New York. Veröffentlicht als IBM Technical Report TR 001191, 1964
- Pack, L., Betriebliche Investition. Wiesbaden 1959
- Roberts, S.M., Dynamic Programming in Chemical Engineering and Process Control. New York 1964
- Savage, L.J., The Theory of Statistical Decisions. In: Journal of the American Statistical Association 46 (1951), S. 55-67
- Schneider, D., "Lernkurven" und ihre Bedeutung für Produktionsplanung und Kostentheorie. In: Zeitschr. f. betriebswirtschaftliche Forschung 17 (1965), S. 501-515
- Schneider, D., Investition und Finanzierung. Köln 1970
- Schneider, E., Wirtschaftlichkeitsrechnung. Tübingen 1951

- Seelbach, H., Planungsmodelle in der Investitionsrechnung. Würzburg 1967
- Swoboda, P., Die Entwicklung optimaler Investitionsentscheidungen durch Methoden des Operations Research. In: Zeitschr. f. Betriebswirtschaft 31 (1961), S. 96ff.
- Swoboda, P., Die simultane Planung von Rationalisierungs- und Erweiterungsinvestitionen und von Produktionsprogrammen. In: Zeitschr. f. Betriebswirtschaft 35 (1965), S. 148ff.
- Terborgh, G., Business Investment Policy. Washington D.C. 1958
- Vischer, P., Simultane Produktions- und Absatzplanung. Rechen-technische und organisatorische Probleme mathematischer Programmierungsmodelle. München 1967
- Von Neumann, J. and O. Morgenstern, Theory of Games and Economic Behavior. 3. Aufl., Princeton N.J. 1953
- Watters, L.J., Reduction of Integer Polynomial Programming Problems to Zero-One Linear Programming Problems. In: Operations Research 15 (1967), S. 1171-1174.
- Weinberg, R.S., Multiple Factor Break-Even Analysis: The Application of Operations Research Techniques to a Basic Problem of Management Planning and Control. In: Operations Research 4 (1956), S. 152-186
- Weingartner, H.M., Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems. Englewood Cliffs 1963
- Weingartner, H.M., Capital Budgeting of Interrelated Projects. In: Management Science 12 (1966), S. 485-516
- Wright, T.P., Factors Affecting the Cost of Airplanes. In: Journal for Aeronautical Sciences 3 (1936)

Nach Abschluß der Arbeit erschien:

- Heinen, E., Industriebetriebslehre - Entscheidungen im Industriebetrieb. Wiesbaden 1972

ANHANG A

Modellformulierung für das Beispiel des Beschichtungsprozesses bei linearisierten Betriebskosten.

I. Zielfunktion (in 1000 DM)

a) Anteilige Anschaffungskosten nach Gleichung (1.1),

Kapitel 1a:

Anlage S: $168x_{11} + 147x_{12} + 126x_{13} + 105x_{14} + 84x_{15} + 63x_{16} + 42x_{17} + 21x_{18}$

Ofen O : $120x_{21} + 105x_{22} + 90x_{23} + 75x_{24} + 60x_{25} + 45x_{26} + 30x_{27} + 15x_{28}$

Anlage R: $48x_{31} + 42x_{32} + 36x_{33} + 30x_{34} + 24x_{35} + 18x_{36} + 12x_{37} + 6x_{38}$

Anlage A: $450x_{41} + 393.75x_{42} + 337.5x_{43} + 281.25x_{44} + 225x_{45} + 168.75x_{46} + 112.5x_{47} + 56.25x_{48}$

Anlage B: $544x_{51} + 476x_{52} + 408x_{53} + 340x_{54} + 272x_{55} + 204x_{56} + 136x_{57} + 68x_{58}$

b) Einmalig anfallende Kosten nach Gleichung (1.2)+,

Kapitel 1d:

Fremdfertigung I: $12 \cdot w_6$

c) Aggregatsbezogene Betriebskosten nach Gleichung (3.2),

Kapitel 3a:

Anlage S: $\sum_{t=1}^8 (13.96z_{1t} - 7.96v_{1t})$

Ofen O : $\sum_{t=1}^8 4z_{2t}$

Anlage R: $\sum_{t=1}^8 (17.1z_{3t} - 11.1v_{3t})$

Anlage A: $\sum_{t=1}^8 (45.75z_{4t} - 21.7v_{4t})$

Anlage B: $\sum_{t=1}^8 (64.01z_{5t} - 22.41v_{5t})$

d) Proportionalkosten nach Gleichung (1.4), Kapitel 1a
(u_{nt} in 1000 Einheiten):

$$\text{Pfad 1: } 4.78u_{11} + 4.08u_{12} + 3.82u_{13} + 3.71u_{14} + 3.66u_{15} + 3.64u_{16} + 3.63u_{17} + 3.62u_{18}$$

$$\text{Pfad 2: } 8.25u_{21} + 6.63u_{22} + 6.11u_{23} + 5.91u_{24} + 5.82u_{25} + 5.78u_{26} + 5.77u_{27} + 5.77u_{28}$$

$$\text{Pfad 3: } 5.75u_{31} + 3.23u_{32} + 2.77u_{33} + 2.63u_{34} + 2.58u_{35} + 2.57u_{36} + 2.56u_{37} + 2.56u_{38}$$

$$\text{Pfad 4: } 19.63u_{41} + 19.63u_{42} + 19.63u_{43} + 19.63u_{44} + 19.63u_{45} + 19.63u_{46} + 19.63u_{47} + 19.63u_{48}$$

II. Nebenbedingungen:

a) Erfüllung des Produktionsprogramms nach Bedingung (1.6),
Kapitel 1b:

$$\text{Halbjahr 1: } \sum_{n=1}^4 u_{n1} = 5 \quad (1)$$

$$\text{Halbjahr 2: } \sum_{n=1}^4 u_{n2} = 10 \quad (2)$$

$$\text{Halbjahr 3: } \sum_{n=1}^4 u_{n3} = 20 \quad (3)$$

$$\text{Halbjahr 4: } \sum_{n=1}^4 u_{n4} = 24 \quad (4)$$

$$\text{Halbjahr 5: } \sum_{n=1}^4 u_{n5} = 29 \quad (5)$$

$$\text{Halbjahr 6: } \sum_{n=1}^4 u_{n6} = 35 \quad (6)$$

$$\text{Halbjahr 7: } \sum_{n=1}^4 u_{n7} = 21 \quad (7)$$

$$\text{Halbjahr 8: } \sum_{n=1}^4 u_{n8} = 12 \quad (8)$$

b) Kapazitätsrestriktionen (1.8), bzw. (1.7) bei Ofen O,
Kapitel 1b:

$$\begin{aligned}
 \text{Anlage S : } 4.07u_{11} + 15v_{11} &= 15z_{11} & (9) \\
 3.48u_{12} + 15v_{12} &= 15z_{12} & (10) \\
 3.26u_{13} + 15v_{13} &= 15z_{13} & (11) \\
 3.16u_{14} + 15v_{14} &= 15z_{14} & (12) \\
 3.12u_{15} + 15v_{15} &= 15z_{15} & (13) \\
 3.10u_{16} + 15v_{16} &= 15z_{16} & (14) \\
 3.09u_{17} + 15v_{17} &= 15z_{17} & (15) \\
 3.08u_{18} + 15v_{18} &= 15z_{18} & (16)
 \end{aligned}$$

$$\text{Ofen O : } 0.01 u_{1t} \leq 15z_{2t} ; (t=1,2,\dots,8) \quad (17-24)$$

$$\begin{aligned}
 \text{Anlage R : } 1.11u_{11} + 0.94u_{21} + 15v_{31} &= 15z_{31} & (25) \\
 0.95u_{12} + 0.75u_{22} + 15v_{32} &= 15z_{32} & (26) \\
 0.89u_{13} + 0.69u_{23} + 15v_{33} &= 15z_{33} & (27) \\
 0.86u_{14} + 0.67u_{24} + 15v_{34} &= 15z_{34} & (28) \\
 0.85u_{15} + 0.66u_{25} + 15v_{35} &= 15z_{35} & (29) \\
 0.85u_{16} + 0.66u_{26} + 15v_{36} &= 15z_{36} & (30) \\
 0.84u_{17} + 0.65u_{27} + 15v_{37} &= 15z_{37} & (31) \\
 0.84u_{18} + 0.65u_{28} + 15v_{38} &= 15z_{38} & (32)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Anlage A : } 0.76u_{21} + 14v_{41} &= 14z_{41} & (33) \\
 0.61u_{22} + 14v_{42} &= 14z_{42} & (34) \\
 0.56u_{23} + 14v_{43} &= 14z_{43} & (35) \\
 0.55u_{24} + 14v_{44} &= 14z_{44} & (36) \\
 0.54u_{25} + 14v_{45} &= 14z_{45} & (37) \\
 0.53u_{26} + 14v_{46} &= 14z_{46} & (38) \\
 0.53u_{27} + 14v_{47} &= 14z_{47} & (39) \\
 0.53u_{28} + 14v_{48} &= 14z_{48} & (40)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Anlage B : } 2.08u_{31} + 14v_{51} &= 14z_{51} & (41) \\
 1.17u_{32} + 14v_{52} &= 14z_{52} & (42) \\
 1.0 u_{33} + 14v_{53} &= 14z_{53} & (43) \\
 0.95u_{34} + 14v_{54} &= 14z_{54} & (44) \\
 0.93u_{35} + 14v_{55} &= 14z_{55} & (45) \\
 0.93u_{36} + 14v_{56} &= 14z_{56} & (46) \\
 0.92u_{37} + 14v_{57} &= 14z_{57} & (47) \\
 0.92u_{38} + 14v_{58} &= 14z_{58} & (48)
 \end{aligned}$$

c) Bedingungen für die Zahl der laufenden und neuen Anlagen
nach Gleichung (1.10), Kapitel 1b:

$$\sum_{r=1}^t x_{kr} \geq y_{kt} \quad ; \quad k=1,2,\dots,5 \quad ; \quad t=1,2,\dots,8 \quad (49-88)$$

d) Logische Bedingung (1.13)', Kapitel 1d:

$$\sum_{t=1}^8 0.006 u_{4t} \leq w \quad (89)$$

ANHANG B

Grobes Blockdiagramm für die Programmierung der Schnittverfahren I und II und der sukzessiven Approximation.

1. Anwendung der Schnittverfahren I und II:

Schnitte bei Verfahren I nach Gleichung (3.9):

$$\Omega_{rt} = \text{Min} (r \cdot \Delta, B_t)$$

Schnitte bei Verfahren II nach Gleichung (3.11):

$$\Omega_{rt} = \text{Max} (B_t - (R-r)\Delta, 0)$$

Setze: $U_{it} = \Omega_{it}$

$$V_{rit} = \Omega_{rt} - \Omega_{it}$$

Gehe nach 3

2. Anwendung der sukzessiven Approximation

(1-te Zeitkomponente; n-ter Schritt der Optimierung):

$u_{nt}^{(1-1)}$ = Zuweisungsergebnis der letzten Iteration 1-1.

$$\text{Setze: } \left[U_{it} = \begin{cases} u_{nt}^{(1-1)} & (t \neq 1) \\ \frac{iB_1}{R} & (t = 1) \end{cases} \right]$$

$$V_{rit} = \begin{cases} u_{n+1,t}^{(1-1)} & (t \neq 1) \\ \frac{(r-i)B_1}{R} & (t = 1) \end{cases}$$

Gehe nach 3

$\left[\right]$ siehe 6.

3. $n \leftarrow 1, 2, \dots, N$



4. $r \leftarrow R, R-1, \dots, 0$
Falls $n = 1$, setze $F_0(r) = 0$



5. $i \leftarrow 0, 1, \dots, r$



6. Zahl $y_{kt}^{(1)}$ und mittlere Auslastung $A_{kt}^{(1)}$ der produktiv eingesetzten Maschinen k nach Gleichung (1.8) bei $v_{kt} < 1$;

[[] wird nur bei $n=1$ (Voroptimierung über die Pfade P_1 und P_2 nach (3.15)) ausgeführt.

$$k \in P_{n+1} \text{ [} k \notin P_1 \text{] : } \sigma_{kt} = \frac{R_{k,n+1}}{(1-s_{k,n+1,t}) \cdot D_k} \cdot V_{rit}$$

$$\text{[} k \in P_1, k \notin P_2 \text{ : } \sigma_{kt} = \frac{R_{k1}}{(1-s_{k,1,t}) \cdot D_k} \cdot U_{it}$$

$$k \in P_1 \cap P_2 \text{ : } \sigma_{kt} = \left(\frac{R_{k1}}{(1-s_{k1t})} \cdot U_{it} + \frac{R_{k2}}{(1-s_{k2t})} \cdot V_{rit} \right) / D_k \text{]]$$

$$z_{kt}^{(1)} = [\sigma_{kt}] +$$

$$A_{kt}^{(1)} = \sigma_{kt} / z_{kt}^{(1)}$$

$$+) [\sigma_{kt}] = \text{nächstgrößere ganze Zahl von } \sigma_{kt}$$

7. Zahl $x_{kt}(r,i)$ der neuanzuschaffenden Maschinen nach Gleichung (1.10):

$$k \in P_{n+1} \text{ [} \cup P_1 \text{] : } x_{kt}(r,i) = \left(\text{Max } z_{kt}^{(1)} - \sum_{l=1}^{t-1} x_{kl}(r,i), 0 \right)$$

8. Logische Null-Eins-Variable $w_k(r,i)$ nach Gleichung (1.13)':

$$k \in P_{n+1} \text{ : Falls } \sum_t V_{rit} > 0, \text{ ist } w_k(r,i) = 1 \\ \text{sonst } w_k(r,i) = 0$$

$$\text{[} k \in P_1 \text{ : Falls } \sum_t U_{it} > 0, \text{ ist } w_k(r,i) = 1 \\ \text{sonst } w_k(r,i) = 0 \text{]]$$

9. Konstante Kosten $K_c(r,i) = \sum_{k,t} (J_{kt}^{(1)} + J_{kt}^{(2)})$
nach Gleichung (1.1) und (1.2):

$$K_c(r,i) = \sum_{\substack{k,t \\ k \in P_{n+1} \cup P_1}} (a_k - q_{kt}) \cdot x_{kt}(r,i) + \sum_{\substack{k,t \\ k \in P_{n+1} \cup P_1}} f_k w_k(r,i)$$

10. Proportionale Kosten $K_p(r,i) = \sum_{k,t} J_{kt}^{(4)}$
nach Gleichung (1.4):

$$K_p(r,i) = \sum_{\substack{k,t \\ k \in P_{n+1}}} \frac{d_{k,n+1}}{1-s_{k,n+1,t}} \cdot v_{rit} \left[+ \sum_{\substack{k,t \\ k \in P_1}} \frac{d_{k1}}{1-s_{k1,t}} \cdot u_{it} \right]$$

11. Zahl $y_{kt}(r,i)$ und mittlere Auslastung $A_{kt}(r,i)$
der tatsächlich eingesetzten Maschinen nach
Gleichung (1.8), wobei v_{kt} beliebig ≥ 0 , und
aggregatsbezogene Betriebskosten $K_b(r,i) = \sum_{k,t} J_{kt}^{(3)}$
nach Gleichung (1.3) und (2.10):

$$k \in P_{n+1} \cup P_1 : \phi_{kt}^{(1)} = \bar{c}_k (\lambda_k^{(0)} + \lambda_k^{(1)} A_{kt}^{(1)} / \mu_k) z_{kt}^{(1)}$$

$l \leftarrow 1$

A: Falls $z_{kt}^{(1)} = \sum_{t=1}^t x_{kt}(r,i)$, gehe nach B

$l \leftarrow l+1$

$$z_{kt}^{(l)} = z_{kt}^{(l-1)} + 1$$

$$A_{kt}^{(l)} = \bar{\sigma}_{kt} / z_{kt}^{(l)}$$

$$\phi_{kt}^{(l)} = \bar{c}_k (\lambda_k^{(0)} + \lambda_k^{(1)} A_{kt}^{(l)} / \mu_k) \cdot z_{kt}^{(l)}$$

Gehe nach A

B: $l_0 \leftarrow \min_l \phi_{kt}^{(l)}$

$$z_{kt}(r,i) = z_{kt}^{(l_0)}$$

$$A_{kt}(r,i) = A_{kt}^{(l_0)}$$

$$\phi_{kt} = \phi_{kt}^{(l_0)}$$

$$K_b(r,i) = \sum_{\substack{k,t \\ k \in P_{n+1} \cup P_1}} \phi_{kt}$$



12. Gesamtkosten $F_n(r)$ nach Gleichung (3.16) bzw. (3.14):

$$C(r, i) = K_c(r, i) + K_p(r, i) + K_b(r, i)$$

Falls $i < r$: $i \leftarrow i+1$, gehe nach 5

$$i_n(r) \leftarrow \min_{i=0,1,\dots,r} C(r, i)$$

$$F_n(r) = F_{n-1}(r - i_n(r)) + C(r, i_n(r))$$

Falls $n < N$, $r > 0$: $r \leftarrow r-1$, gehe nach 4

Falls $n < N$, $r = 0$: $n \leftarrow n+1$, gehe nach 3 bei Schnittverfahren I und II oder nach 2 bei sukzessiver Approximation

Falls $n = N$, gehe nach 13

13. Ermittlung der Lösung:

Zuweisungen u_{nt} :

a) Bei Schnittverfahren I, II: $u_{N+1,t} = V_{R, i_N(R), t}$

$$u_{N,t} = V_{i_N(R), i_{N-1}(i_N(R)), t}$$

$\vdots$

$$u_{2,t} = V_{i_2(i_3(\dots(i_N(R)\dots)), i_1(i_2(\dots(i_N(R)\dots))), t}$$

$$u_{1,t} = B_t - \sum_{n=2}^{N+1} u_{n,t}$$

b) Bei sukzessiver Approximation: $u_{n1}^{(1)}$ wie 13a

$$u_{nt}^{(1)} = u_{nt}^{(l-1)} \text{ für } t \neq 1$$

c) Sonstige Variable:

$$x_{kt} = x_{kt}(i_m(i_{m+1}(\dots i_N(R)\dots)), i_{m-1}(i_m(\dots i_N(R)\dots)))$$

$$k \in P_m \text{ für } m > 2$$

$$k \in P_1 \cup P_2 \text{ für } m = 2$$

Analog y_{kt} , w_k .

d) Kosten: $F_N(R)$

ANHANG C

Numerisches Beispiel für die Berechnung der Kosten
in Tabelle 8, Kapitel 3f.

Beispiel: Wert DM 2 304 000 in Tabellenteil 1 (Vorop-
timierung, Schnittverfahren I), Zeile Ω_5 ,
Spalte Ω_3 .

Die Berechnung erfolgt anhand des Blockdiagramms Anhang B
und der Koeffizienten der Modellgleichungen, Anhang A.

Anhang B

Schritt 1 : $U_{3,t} = \Omega_{3t} = (5, 10, 15, 15, 15, 15, 12)$
 $V_{5,3t} = \Omega_{5t} - \Omega_{3t} = (0, 0, 5, 9, 10, 10, 6, 0)$
(vgl. Tabelle 7, Kapitel 3f).

Schritt 3 : $n = 1$

Schritt 4 : $r = 5$

Schritt 5 : $i = 3$

Schritt 6 : $k \in P_2$, $k \notin P_1$: Anlage A ($k=4$)

$$\bar{c}_{4t} = \frac{R_{4,2}}{(1-s_{4,2,t})D_4} V_{5,3,t}$$

Aus Bedingungen (33) - (40) der Anlage A folgt:

$$\bar{c}_{41} = (0.76/14) \cdot V_{5,3,1} = (0.76/14) \cdot 0 = 0$$

$$\bar{c}_{42} = (0.61/14) \cdot V_{5,3,2} = 0$$

$$\bar{c}_{43} = (0.56/14) \cdot V_{5,3,3} = (0.56/14) \cdot 5 = 0.2$$

$$\bar{c}_{44} = 0.35; \bar{c}_{45} = 0.39; \bar{c}_{46} = 0.38; \bar{c}_{47} = 0.23;$$

$$\bar{c}_{48} = 0$$

$k \in P_1$, $k \notin P_2$: Anlage S ($k=1$), Ofen O ($k=2$)

$$\bar{c}_{1t} = \frac{R_{11}}{(1-s_{1,1,t})D_1} U_{3,t}$$

$$\bar{c}_{2t} = \frac{R_{21}}{(1-s_{2,1,t})D_2} U_{3,t}$$

Aus Bedingungen (9) - (24) für Anlage S und
Ofen O folgt:

$$\bar{c}_{11} = 1.36; \bar{c}_{12} = 2.32; \bar{c}_{13} = 3.26; \bar{c}_{14} = 3.16$$

$$\begin{aligned} \bar{b}_{15} &= 3.12; \bar{b}_{16} = 3.1; \bar{b}_{17} = 3.09; \bar{b}_{18} = 2.46; \\ \bar{b}_{21} &= 0.003; \bar{b}_{22} = 0.006; \bar{b}_{23} = 0.009; \\ \bar{b}_{24} &= 0.009; \bar{b}_{25} = 0.009; \bar{b}_{26} = 0.009; \\ \bar{b}_{27} &= 0.009; \bar{b}_{28} = 0.0075 \end{aligned}$$

$k \in P_1 \cap P_2$: Anlage R ($k=3$)

$$\bar{b}_{3t} = \left(\frac{R_{31}}{(1-s_{31,t})} \cdot U_{3,t} + \frac{R_{32}}{(1-s_{32,t})} \cdot V_{5,3,t} \right) / D_3$$

Aus Bedingungen (25) - (32) für Anlage R folgt:

$$\begin{aligned} \bar{b}_{31} &= (1.11 U_{3,1} + 0.94 V_{5,3,1}) / 15 = 0.37 \\ \bar{b}_{32} &= 0.63; \bar{b}_{33} = 1.12; \bar{b}_{34} = 1.26; \bar{b}_{35} = 1.29; \\ \bar{b}_{36} &= 1.29; \bar{b}_{37} = 1.1; \bar{b}_{38} = 0.67 \end{aligned}$$

$$z_{kt}^{(1)} = [\bar{b}_{kt}] :$$

$$\begin{aligned} z_{11}^{(1)} &= 2; z_{12}^{(1)} = 3; z_{13}^{(1)} = 4; z_{14}^{(1)} = 4; z_{15}^{(1)} = 4; \\ z_{16}^{(1)} &= 4; z_{17}^{(1)} = 4; z_{18}^{(1)} = 3; \\ z_{21}^{(1)} &= 1; z_{22}^{(1)} = 1; z_{23}^{(1)} = 1; z_{24}^{(1)} = 1; z_{25}^{(1)} = 1; \\ z_{26}^{(1)} &= 1; z_{27}^{(1)} = 1; z_{28}^{(1)} = 1 \\ z_{31}^{(1)} &= 1; z_{32}^{(1)} = 1; z_{33}^{(1)} = 2; z_{34}^{(1)} = 2; z_{35}^{(1)} = 2; \\ z_{36}^{(1)} &= 2; z_{37}^{(1)} = 2; z_{38}^{(1)} = 1 \\ z_{41}^{(1)} &= 0; z_{42}^{(1)} = 0; z_{43}^{(1)} = 1; z_{44}^{(1)} = 1; z_{45}^{(1)} = 1; \\ z_{46}^{(1)} &= 1; z_{47}^{(1)} = 1; z_{48}^{(1)} = 0 \end{aligned}$$

$$A_{kt}^{(1)} = \bar{b}_{kt} / z_{kt}^{(1)}$$

$$\begin{aligned} A_{11}^{(1)} &= 0.68; A_{12}^{(1)} = 0.77; A_{13}^{(1)} = 0.82; A_{14}^{(1)} = 0.79; \\ A_{15}^{(1)} &= 0.78; A_{16}^{(1)} = 0.78; A_{17}^{(1)} = 0.77; A_{18}^{(1)} = 0.82. \\ A_{21}^{(1)} &= 0.003; A_{22}^{(1)} = 0.006; A_{23}^{(1)} = 0.009; \\ A_{24}^{(1)} &= 0.009; A_{25}^{(1)} = 0.009; A_{26}^{(1)} = 0.009; \\ A_{27}^{(1)} &= 0.009; A_{28}^{(1)} = 0.0075; \\ A_{31}^{(1)} &= 0.37; A_{32}^{(1)} = 0.63; A_{33}^{(1)} = 0.56; A_{34}^{(1)} = 0.63; \\ A_{35}^{(1)} &= 0.65; A_{36}^{(1)} = 0.65; A_{37}^{(1)} = 0.55; A_{38}^{(1)} = 0.67. \\ A_{41}^{(1)} &= 0; A_{42}^{(1)} = 0; A_{43}^{(1)} = 0.2; A_{44}^{(1)} = 0.35; \\ A_{45}^{(1)} &= 0.39; A_{46}^{(1)} = 0.38; A_{47}^{(1)} = 0.23; A_{48}^{(1)} = 0. \end{aligned}$$

Schritt 7: Zahl der neu anzuschaffenden Maschinen $x_{kt}(r,i)$

$$\begin{aligned} x_{11}(5,3) &= x_{11} = 2, x_{12} = 1, x_{13} = 1, x_{1t}=0 \text{ für } t \geq 4 \\ x_{21} &= 1; x_{2t} = 0 \text{ für } t \geq 2 \\ x_{31} &= 1; x_{32} = 0; x_{33} = 1; x_{3t} = 0 \text{ für } t \geq 4 \\ x_{41} &= 0; x_{42} = 0; x_{43} = 1; x_{4t} = 0 \text{ für } t \geq 4 \end{aligned}$$

Schritt 8: Logische Null-Eins-Variable $w_k(r,i)$

$$w_1(5,3) = w_1 = 1; w_2 = w_3 = w_4 = w_7 = 1; w_5 = w_6 = 0$$

Schritt 9: Konstante Kosten (vgl. Koeffizienten der Zielfunktion in Anhang A):

$$\begin{aligned} \text{Anlage S} &: 168 \cdot 2 + 147 \cdot 1 + 126 \cdot 1 = 609 \\ \text{Ofen O} &: 120 \cdot 1 = 120 \\ \text{Anlage R} &: 48 \cdot 1 + 36 \cdot 1 = 84 \\ \text{Anlage A} &: 337.5 \cdot 1 = 337.5 \\ &\quad \underline{\quad\quad\quad} \\ &\quad 1150.5 \end{aligned}$$

$$(f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_7 = 0)$$

Schritt 10: Proportionale Kosten (vgl. Koeffizienten der Zielfunktion in Anhang A):

$$\begin{aligned} \text{Pfad 1: } &4.78 U_{3,1} + 4.08 U_{3,2} + \dots + 3.62 U_{3,8} + \\ \text{Pfad 2: } &+ 8.25 V_{5,3,1} + 6.63 V_{5,3,2} + \dots + \\ &+ 5.77 V_{5,3,8} = 619.40 \end{aligned}$$

Schritt 11: Die Bedingung $z_{kt}^{(1)} = \sum_{v=1}^t x_{kv}(r,i)$ gilt für alle

$z_{kt}^{(1)}$ außer $z_{18}^{(1)}$ und $z_{38}^{(1)}$; denn hier wird jeweils eine Maschine weniger eingesetzt als zur Verfügung stehen.

$$\begin{aligned} \text{Für } z_{18}^{(1)} = 3 \text{ gilt: } \phi_{18}^{(1)} &= \bar{c}_1(\lambda_1^{(0)} + \lambda_1^{(1)} A_{18}^{(1)} \mu_1) z_{18}^{(1)} \\ &= 12(0.5 + 0.75 \cdot 0.82^{3.85}) \cdot 3 = 30.66 \\ &\quad (\text{vgl. Tabelle 5, Kapitel 3c}). \end{aligned}$$

Für $z_{18}^{(2)} = 4$ gilt:

$$\phi_{18}^{(2)} = 12(0.5 + 0.75(\frac{5}{4})^{3.85}) \cdot 4 = 29.56$$

Damit ist es günstiger, alle vier vorhandenen

Anlagen vom Typ 1 (S) einzusetzen, also

$z_{18} = z_{18}^{(2)} = 4$ in der endgültigen Lösung.

Für $z_{38}^{(1)} = 1$ gilt:

$$\phi_{38}^{(1)} = 15(0.4+0.8 \cdot 0.67^{2 \cdot 73}) \cdot 1 = 10.05$$

Für $z_{38}^{(2)} = 2$ gilt:

$$\phi_{38}^{(2)} = 15(0.4+0.8(\frac{0.67}{2})^{2 \cdot 73}) \cdot 2 = 13.22$$

Deshalb ist es hier günstiger, nur eine Anlage vom Typ 3 (R) in Periode 8 einzusetzen. Analog errechnen sich die Terme $\phi_{kt}^{(1)}$; insgesamt ergibt sich an aggregatsbezogenen Betriebskosten:

Anlage S : 265.12

Ofen O : 32.00

Anlage R : 117.16

Anlage A : 120.28

534.56

Schritt 12: Gesamtkosten: Konstante Kosten 1150.50

Proportionalkosten 619.40

Betriebskosten 534.56

2304.46

($\approx 2\ 304\ 000$)

Zahl der neuangeschafften Maschinen je

Periode $t = 1, 2, \dots, 8$:

Anlage S 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0

Ofen O 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

Anlage R 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0

Anlage A 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0

Zahl der produktiv eingesetzten Maschinen:

Anlage S 2, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4

Ofen O 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1

Anlage R 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 1

Anlage A 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0

Mittlere Auslastung der produktiv eingesetzten Maschinen:

Anlage S 0.68 0.77 0.82 0.79 0.78 0.78 0.77 0.62

Ofen O 0.003 0.006 0.009 0.009 0.009 0.009
0.009 0.0075

Anlage R 0.37 0.63 0.56 0.63 0.65 0.65 0.55 0.67

Anlage A 0 0 0.2 0.35 0.39 0.38 0.23 0

ANHANG D

Optimierung nach Schnittverfahren II

(mittleres Produktionsprogramm; Werte in DM 1000)

$u_2 = \Omega_r -$								
Ω_r	Ω_0	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6	$\Omega_7(=B)$
$\Omega_7(=B)$	2071*	2266	2145	2219	2411	2565	2802	2369
Ω_6	1608	1631	1692	1833	2039	2200	1833	
Ω_5	1093	1256	1363	1511	1707	1361		
Ω_4	857	1050	1161	1310	1023			
Ω_3	605	802	914	656				
Ω_2	392	588	403					
Ω_1	246	231						
Ω_0	0							
$u_3 = \Omega_r -$								
Ω_r	Ω_0	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6	$\Omega_7(=B)$
$\Omega_7(=B)$	2236	2260	2315	2467	2610	2197	2610	2071*
Ω_6	1739	1922	2047	2183	1792	1955	1608	
Ω_5	1253	1464	1304	1402	1585	1093		
Ω_4	1018	1019	1113	1287	857			
Ω_3	610	800	937	605				
Ω_2	392	609	392					
Ω_1	258	231						
Ω_0	0							
$u_4 = \Omega_r -$								
Ω_r	Ω_0	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6	$\Omega_7(=B)$
$\Omega_7(=B)$	3073	3206	3190	3110	2870	2577	2405	2071*

* = kostengünstigste Lösung in 1000 Teilen:

$$u_4 = 0$$

$$u_3 = 0$$

$$u_2 = B = (5, 10, 20, 24, 29, 35, 21, 12)$$

$$u_1 = 0$$

(vgl. die folgende Tabelle)

Kosten = 2 071 000 DM

Schnitte Ω_r für das Schnittverfahren II (in 1000 Einheiten)

Schnitte Ω_r	Halbjahr t =							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Ω_0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ω_1	0	0	0	0	0	5	0	0
Ω_2	0	0	0	0	4	10	0	0
Ω_3	0	0	0	4	9	15	1	0
Ω_4	0	0	5	9	14	20	6	0
Ω_5	0	0	10	14	19	25	11	2
Ω_6	0	5	15	19	24	30	16	7
$\Omega_7(=B)$	5	10	20	24	29	35	21	12

Anwendung der sukzessiven Approximation:

1. Iteration:

ω	$F_1(\omega)$	$u_{2,1}(\omega)$	$F_2(\omega)$	$u_{3,1}(\omega)$	$F_3(\omega)$	$u_{4,1}(\omega)$
5.0	2071	5.0	2071	0	2046	5.0*
4.29	2064	4.29	2064	0		
3.57	2058	3.57	2058	0		
2.86	2052	2.86	2052	0		
2.14	2046	2.14	2046	0		
1.43	2040	1.43	2040	0		
0.71	2035	0.71	2035	0		
0	1936	0*	1936	0*		

*=Verbesserte Lösung: $u_4 = (5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$

$u_3 = 0$

$u_2 = (0, 10, 20, 24, 29, 35, 21, 12)$

$u_1 = 0$

Kosten = 2 046 000 DM

2. Iteration:

ω	$F_1(\omega)$	$u_{2,2}(\omega)$	$F_2(\omega)$	$u_{3,2}(\omega)$	$F_3(\omega)$	$u_{4,2}(\omega)$
10.0	1936	10.0*	1936	0*	2046	0*
8.58	1926	8.58	1926	0		
7.14	1916	7.14	1916	0		
5.72	1906	5.72	1906	0		
4.28	1897	4.28	1897	0		
2.86	1887	2.86	1887	0		
1.42	1878	1.42	1878	0		
0	1776	0	1776	0		

*=Keine Verbesserung; es ergibt sich dieselbe Lösung wie bei der 1. Iteration.

Iterationen 3 und 4 führen ebenfalls zu keiner Verbesserung.

5. Iteration:

ω	$F_1(\omega)$	$u_{2,5}(\omega)$	$F_2(\omega)$	$u_{3,5}(\omega)$	$F_3(\omega)$	$u_{4,5}(\omega)$
29.0	1936	29.0	1936	0	2040	4.14 *
24.86	1848	24.86 *	1848	0 *		
20.72	1808	20.72	1808	0		
16.57	1776	16.57	1776	0		
12.43	1748	12.43	1748	0		
8.29	1722	8.29	1722	0		
4.14	1698	4.14	1698	0		
0	1643	0	1643	0		

*=Verbesserte Lösung: $u_4 = (5, 0, 0, 0, 4.14, 0, 0, 0)$

$$u_3 = 0$$

$$u_2 = (0, 10, 20, 24, 24.86, 35, 21, 12)$$

$$u_1 = 0$$

$$\text{Kosten} = 2\,040\,000 \text{ DM}$$

6. Iteration:

ω	$F_1(\omega)$	$u_{2,6}(\omega)$	$F_2(\omega)$	$u_{3,6}(\omega)$	$F_3(\omega)$	$u_{4,6}(\omega)$
35	1848	35	1848	0	1995	10 *
30	1814	30	1814	0		
25	1608	25 *	1608	0 *		
20	1561	20	1561	0		
15	1524	15	1524	0		
10	1492	10	1492	0		
5	1462	5	1462	0		
0	1402	0	1402	0		

*=Verbesserte Lösung: $u_4 = (5, 0, 0, 0, 4.14, 10, 0, 0)$

$$u_3 = 0$$

$$u_2 = (0, 10, 20, 24, 24.86, 25, 21, 12)$$

$$u_1 = 0$$

$$\text{Kosten} = 1\,995\,000 \text{ DM}$$

Die folgenden Iterationen ergeben keine weitere Verbesserung.

ANHANG E

Liste der besten Lösungen für jede Schätzung des Produktionsprogramms bei Schnittverfahren I und II.

0 = kostenoptimale Lösung nach Anwendung der sukzessiven Approximation auf Lösung Nr. 1

I, II, III, IV = reine Lösungen, in denen die gesamte Produktionsmenge den Pfaden P_1 , P_2 , P_3 , bzw. P_4 zugewiesen wird.

Tabelle a) Mittleres Produktionsprogramm. Schnittverfahren I.

Rang- folge der Lösung	Kosten (in 1000 DM)	Pfad	Produktionszuweisung (in 1000 Teilen) zu den Pfaden in Periode							
			1	2	3	4	5	6	7	8
0=A ₁	1994	P ₂	0	10	20	24	25	25	21	12
		P ₄	5	0	0	0	4	10	0	0
1=A ₂	2030	P ₂	5	10	20	24	25	25	21	12
		P ₄	0	0	0	0	4	10	0	0
2=II	2071	P ₂	5	10	20	24	29	35	21	12
3 ⁺ =A ₃	2083	P ₃	0	10	20	24	29	30	21	12
		P ₄	5	0	0	0	0	5	0	0
3=A ₄	2124	P ₃	5	10	20	24	29	30	21	12
		P ₄	0	0	0	0	0	5	0	0
4	2135	P ₂	5	10	20	24	25	25	21	12
		P ₃	0	0	0	0	4	10	0	0
5	2145	P ₂	5	10	20	24	29	30	21	12
		P ₄	0	0	0	0	0	5	0	0
6	2154	P ₂	5	10	20	20	20	20	20	12
		P ₄	0	0	0	4	9	15	1	0
7	2183	P ₂	5	10	20	20	20	20	20	12
		P ₃	0	0	0	4	9	15	1	0
8	2210	P ₃	5	10	20	24	25	25	21	12
		P ₄	0	0	0	0	4	10	0	0
9	2232	P ₂	5	10	20	24	25	25	21	12
		P ₃	0	0	0	0	4	5	0	0
		P ₄	0	0	0	0	0	5	0	0
10=III	2236	P ₃	5	10	20	24	29	35	21	12
I	2369	P ₁	5	10	20	24	29	35	21	12
IV	3073	P ₄	5	10	20	24	29	35	21	12

Tabelle 5: Minimales Produktionsprogramm. Simplexverfahren II.

Rang- folge der Lösung	Kosten (in 1000 DM)	Pfad	Produktionszuweisung (in 1000 Teilen) zu den Pfaden in Periode							
			1	2	3	4	5	6	7	8
0	1995	P ₂	0	10	20	24	24.85	25	21	12
		P ₄	5	0	0	0	4.15	10	0	0
1=II	2071	P ₂	5	10	20	24	29	35	21	12
2	2145	P ₁	0	0	0	0	4	10	0	0
		P ₂	5	10	20	24	25	25	21	12
3	2167	P ₂	0	0	10	14	14	25	11	2
		P ₃	5	10	10	10	10	10	10	10
4	2219	P ₁	0	0	0	4	9	15	1	0
		P ₂	5	10	20	20	20	20	20	12
5=III	2276	P ₂	5	10	20	24	29	35	21	12
6	2360	P ₁	0	0	0	1	2	5	0	0
		P ₂	5	10	20	24	29	30	21	12
7	2366	P ₁	0	0	0	1	0	5	0	0
		P ₂	5	10	20	24	29	30	21	12
8	2374	P ₂	0	0	1	0	0	5	0	0
		P ₃	5	10	20	24	29	30	21	12
9	2385	P ₂	0	0	0	0	4	10	0	0
		P ₃	5	10	20	24	25	25	21	12
10	2396	P ₁	0	0	0	0	4	10	0	0
		P ₃	5	10	20	24	25	25	21	12

Tabelle c) Pessimistisches Produktionsprogramm.
Schnittverfahren I.

Rang- folge der Lösung	Kosten (in 1000 DM)	Pfad	Produktionszuweisung (in 1000 Teilen) zu den Pfaden in Periode							
			1	2	3	4	5	6	7	8
0=A ₁	1629	P ₂	0	9	16	19	23	24	17	10
		P ₄	5	0	0	0	0	4	0	0
1=A ₂	1665	P ₂	5	9	16	19	23	24	17	10
		P ₄	0	0	0	0	0	4	0	0
2	1717	P ₂	5	9	16	19	20	20	17	10
		P ₄	0	0	0	0	3	8	0	0
3=II	1779	P ₂	5	9	16	19	23	28	17	10
4	1831	P ₂	5	9	16	19	23	24	17	10
		P ₃	0	0	0	0	0	4	0	0
5	1862	P ₂	5	9	16	16	16	16	16	10
		P ₄	0	0	0	3	7	12	1	0
6	1873	P ₂	5	9	16	19	20	20	17	10
		P ₃	0	0	0	0	3	8	0	0
7 ⁺ =A ₃	1853	P ₃	0	9	16	19	23	28	17	10
		P ₄	5	0	0	0	0	0	0	0
7=III=A ₄	1882	P ₃	5	9	16	19	23	28	17	10
8	1939	P ₃	5	9	16	19	23	24	17	10
		P ₄	0	0	0	0	0	4	0	0
9	1949	P ₁	5	9	16	19	23	24	17	10
		P ₄	0	0	0	0	0	4	0	0
10=I	1950	P ₁	5	9	16	19	23	28	17	10
IV	2504	P ₄	5	9	16	19	23	28	17	10

Tabelle d) Pessimistisches Produktionsprogramm.

Schnittverfahren II.

Rang- folge der Lösung	Kosten (in 1000 DM)	Pfad	Produktionszuweisung (in 1000 Teilen) zu den Pfaden in Periode							
			1	2	3	4	5	6	7	8
0	1629	P ₂	0	9	16	19	23	24	17	10
		P ₄	5	0	0	0	0	4	0	0
1	1732	P ₁	0	0	0	0	0	4	0	0
		P ₂	5	9	16	19	23	24	17	10
2=II	1779	P ₂	5	9	16	19	23	28	17	10
3	1803	P ₁	0	0	0	0	3	8	0	0
		P ₂	5	9	16	19	20	20	17	10
4=III	1882	P ₃	5	9	16	19	23	28	17	10
5	1922	P ₂	0	0	4	7	11	16	5	0
		P ₃	5	9	12	12	12	12	12	10
6	1939	P ₁	0	0	0	3	7	12	1	0
		P ₂	5	9	16	16	16	16	16	10
7=I	1950	P ₁	5	9	16	19	23	28	17	10
8	1975	P ₁	0	0	4	7	11	16	5	0
		P ₃	5	9	12	12	12	12	12	10
9	2004	P ₂	1	5	12	15	19	24	13	6
		P ₄	4	4	4	4	4	4	4	4
10	2010	P ₁	0	0	0	0	0	4	0	0
		P ₃	5	9	16	19	23	24	17	10

Tabelle e) Optimistisches Produktionsprogramm.
Schnittverfahren I.

Rang- folge der Lösung	Kosten (in 1000 DM)	Pfad	Produktionszuweisung (in 1000 Teilen) zu den Pfaden in Periode							
			1	2	3	4	5	6	7	8
0=A ₁	2503	P ₂	0	11	24	30	38	47	30	18
		P ₄	5	0	0	0	0	0	0	0
1=II=A ₂	2528	P ₂	5	11	24	30	38	47	30	18
2	2592	P ₂	5	11	24	30	38	40.3	30	18
		P ₄	0	0	0	0	0	6.7	0	0
3	2711	P ₂	5	11	24	30	38	40.3	30	18
		P ₃	0	0	0	0	0	6.7	0	0
4	2730	P ₂	5	11	24	30	33.6	33.6	30	18
		P ₄	0	0	0	0	4.4	13.4	0	0
5	2756	P ₂	5	11	20.1	20.1	20.1	20.1	20.1	18
		P ₃	0	0	3.9	9.9	13.5	13.5	9.9	0
		P ₄	0	0	0	0	4.4	13.4	0	0
6	2777	P ₂	5	11	24	30	33.6	33.6	30	18
		P ₃	0	0	0	0	4.4	13.4	0	0
7	2792	P ₂	5	11	24	30	38	40.3	30	18
		P ₄	0	0	0	0	0	6.7	0	0
8	2794	P ₂	5	11	20.1	20.1	20.1	20.1	20.1	18
		P ₃	0	0	3.9	9.9	17.9	26.9	9.9	0
9	2835	P ₁	5	6.7	6.7	6.7	6.7	6.7	6.7	6.7
		P ₂	0	4.3	17.3	23.3	31.3	40.3	23.3	11.3
10	2844	P ₃	5	11	24	26.8	26.8	26.8	26.8	18
		P ₄	0	0	0	3.2	11.2	20.2	3.2	0
III	2893	P ₃	5	11	24	30	38	47	30	18
I	2950	P ₁	5	11	24	30	38	47	30	18
IV	3996	P ₄	5	11	24	30	38	47	30	18

Tabelle f) Optimistisches Produktionsprogramm.
Schnittverfahren II.

Rang- folge der Lösung	Kosten (in 1000 DM)	Pfad	Produktionszuweisung (in 1000 Teilen) zu den Pfaden in Periode							
			1	2	3	4	5	6	7	8
0	2503	P ₂	0	11	24	30	38	47	30	18
		P ₄	5	0	0	0	0	0	0	0
1=II	2528	P ₂	5	11	24	30	38	47	30	18
2 ⁺ =A ₃	2659	P ₂	0	0	10.6	16.6	24.6	33.6	16.6	4.6
		P ₃	0	11	13.4	13.4	13.4	13.4	13.4	13.4
		P ₄	5	0	0	0	0	0	0	0
2=A ₄	2688	P ₂	0	0	10.6	16.6	24.6	33.6	16.6	4.6
		P ₃	5	11	13.4	13.4	13.4	13.4	13.4	13.4
3	2689	P ₁	0	0	0	0	0	6.7	0	0
		P ₂	5	11	24	30	38	40.3	30	18
4	2759	P ₂	0	0	0	3.1	11.1	20.1	3.1	0
		P ₃	5	11	24	26.9	26.9	26.9	26.9	18
5	2777	P ₁	0	0	0	0	4.4	13.4	0	0
		P ₂	0	0	10.6	16.6	20.2	20.2	16.6	4.6
		P ₃	5	11	13.4	13.4	13.4	13.4	13.4	13.4
6	2807	P ₁	0	0	0	0	4.4	13.4	0	0
		P ₂	5	11	24	30	33.6	33.6	30	18
7	2837	P ₁	0	0	3.8	9.8	17.8	26.8	9.8	0
		P ₂	5	11	20.2	20.2	20.2	20.2	20.2	18
8	2883	P ₁	0	0	0	0	0	6.7	0	0
		P ₂	0	0	10.6	16.6	24.6	26.9	16.6	4.6
		P ₃	5	11	13.4	13.4	13.4	13.4	13.4	13.4
9	2889	P ₁	0	0	0	0	0	6.7	0	0
		P ₃	5	11	24	30	38	40.3	30	18
10=III	2893	P ₃	5	11	24	30	38	47	30	18

ANHANG F

Optimierungstableau für das Illustrationsbeispiel der Standortzuweisung (ohne den Aspekt der technologischen Spezialisierung).

- Zeile 0 = Zielfunktion, Gleichungen (5.6), (5.9), (5.10),
 Kapitel 5b, (5.8)⁺, Kapitel 5e, (5.27), Kapitel 6c.
 Zeilen 1-3 = Obere Begrenzung für den Bedarf an Personal,
 Restriktion (5.14), Kapitel 5c.
 Zeilen 4-6 = Untere Begrenzung für den Bedarf an Personal,
 Restriktion (5.14), Kapitel 5c.
 Zeilen 7-9 = Obere Begrenzung für den Bedarf an Fertigungs-
 fläche, Restriktion (5.15), Kapitel 5c.
 Zeile 10 = Obere Begrenzung für den Bedarf an Finanzierungs-
 mitteln, Restriktion (5.16), Kapitel 5c.

Produktbereich A ($x_{1,rk}$):

	x_{111}	x_{121}	x_{131}	x_{112}	x_{122}	x_{132}	x_{113}	x_{123}	x_{133}	
(0)	9.2	26.0	34.4	9.2	26.0	34.4	9.2	26.0	34.4	+
(1)	842	1158	1322							
(2)				842	1158	1322				
(3)							842	1158	1322	
(4)	842	1158	1322							
(5)				842	1158	1322				
(6)							842	1158	1322	
(7)	65.2	46.7	60.9							++
(8)				65.2	46.7	60.9				++
(9)							65.2	46.7	60.9	++
(10)	56.0	38.7	29.5	56.0	38.7	29.5	56.0	38.7	29.5	+

+) in Millionen DM

++) in 1000 qm

Produktbereiche B ($x_{2,rk}$) und C ($x_{3,rk}$):

	x_{211}	x_{212}	x_{213}	x_{311}	x_{312}	x_{313}	x_{222}	x_{223}	x_{323}
(0)	14.7	15.6	10.8	7.6	19.7	6.0	18.1	8.4	11.5
(1)	714			269	164				
(2)		714			269		164		
(3)			714			269			
(4)	714			269	164			269	164
(5)		714			269		164		
(6)			714			269			
(7)	20.0			28.3	4.2			269	164
(8)		20.0			28.3		4.2		
(9)			20.0			28.3		28.3	4.2
(10)	5.6	7.0	0.8	18.3	6.7	18.3	6.7	18.3	6.7

Produktbereiche D ($x_{4,rk}$) und E ($x_{5,rk}$):

	x_{411}	x_{412}	x_{413}	x_{511}	x_{512}	x_{513}
(0)	2.7	5.0	5.4	8.7	8.7	8.7
(1)	246			790		
(2)		246			790	
(3)			246			790
(4)	246			790		
(5)		246			790	
(6)			246			790
(7)	20.4			44.2		
(8)		20.4			44.2	
(9)			20.4			44.2
(10)	2.3	4.6	5.0	17.1	17.2	17.2

Produktbereich F ($x_{6,rk}$):

	x_{611}	x_{621}	x_{631}	x_{612}	x_{622}	x_{632}	x_{613}	x_{623}	x_{633}
(0)	43.7	73.7	92.2						
(1)	1805	2422	2890	42.7	72.7	91.2	20.7	56.4	78.5
(2)				1895	2422	2890			
(3)	1805	2422	2890				1895	2422	2890
(4)				1895	2422	2890			
(5)	79.8	67.5	70.2				1895	2422	2890
(6)				79.8	67.5	70.2			
(7)	70.5	43.3	18.4	69.5	42.3	17.4	79.8	67.5	70.2
(8)							47.5	26.0	4.7

Produktbereiche G ($x_{7,rk}$), H ($x_{8,rk}$) und I ($x_{9,rk}$):

	x_{711}	x_{712}	x_{713}	x_{811}	x_{812}	x_{813}	x_{911}	x_{912}	x_{913}
(0)	23.0	23.0	16.7	8.8	10.6	10.6	7.4	10.6	10.3
(1)	1533			807			679		
(2)		1533			807			679	
(3)			1533			807			679
(4)	1533			807			679		
(5)		1533			807			679	
(6)			1533			807			679
(7)	43.2			35.2			23.0		
(8)		43.2			35.2			23.0	
(9)			43.2			35.2			23.0
(10)	14.5	14.5	8.2	1.7	3.5	3.5	3.6	6.8	6.5

Produktbereich K ($x_{10,rk}$):

	x_{1011}	x_{1021}	x_{1012}	x_{1022}	x_{1013}	x_{1023}
(0)	3.2	2.3	3.2	2.3	3.2	2.3
(1)	152	211				
(2)			152	211		
(3)					152	211
(4)	152	211				
(5)			152	211		
(6)					152	211
(7)	35.2	29.3				
(8)			35.2	29.3		
(9)					35.2	29.3
(10)	19.5	9.2	19.5	9.2	19.5	9.2

Interne Transportkosten ($u_{4,6,kl}$) und rechte Seiten:

	u_{4612}	u_{4613}	u_{4623}	u_{4621}	u_{4631}	u_{4632}	Rechte Seite
(0)	1.8	0.7	2.1	1.8	0.7	2.1	
(1)							≤ 3600
(2)							≤ 2000
(3)							≤ 3300
(4)							≥ 3000
(5)							≥ 1500
(6)							≥ 2900
(7)							≤ 180.0
(8)							≤ 90.0
(9)							≤ 200.0
(10)							≤ 150.0

Dazu kommen als Zeilen 11-20 die Gleichungen (5.12), Kapitel 5c:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^{R_i} x_{irk} = 1 ; \quad (i=1,2,\dots,10)$$

und als Zeilen 21-26 die Gleichungen (5.24), Kapitel 5e:

$$y_{4k} + y_{6l} - u_{4,6,kl} \leq 1 ; \quad (k \neq l; k, l = 1, 2, 3)$$

ANHANG G

Zusammenfassung der Lösungen für das Illustrationsbeispiel der Standortzuweisung.

Alternative 1 (Kostenoptimum)	Produktionsstätte		
	I	II	III
Produktbereich Bereichsplan	DEGHK 11112	AC 31	BFI 111
Personal Fertigungsfläche Finanzierungs- mittel	3593 172.3	1591 89.2 147.5 ⁺⁺)	3218 122.8 ⁺)
Grad der techn. Spezialisierung Kosten	4.63	3.3 128.4 ⁺⁺)	3.97
+) 1000 qm ++) Millionen DM			

Alternative 2	Produktionsstätte		
	I	II	III
Produktbereich Bereichsplan	AEHI 2111	CG 21	BDFK 1112
Personal Fertigungsfläche Finanzierungs- mittel	3440 149.1	1697 47.4 144.9	2996 149.5
Grad der techn. Spezialisierung Kosten	4.53	4.40 131.2	4.38

Alternative 3	Produktionsstätte		
	I	II	III
Produktbereich Bereichsplan	DEGH 1111	ACK 222	BFI 111
Personal Fertigungsfläche Finanzierungs- mittel	3382 143.0	1533 80.2 145.1	3218 122.8
Grad der techn. Spezialisierung Kosten	4.6	3.33 132.1	3.97

Alternative 4	Produktionsstätte		
	I	II	III
Produktbereich Bereichsplan	DEGI 1111	AH 21	BCFK 1212
Personal	3254	1965	2914
Fertigungsfläche	130.8	81.9	133.3
Finanzierungsmittel		144.0	
Grad der technol. Spezialisierung	4.95	4.0	4.68
Kosten		134.4	
Alternative 5	Produktionsstätte		
	I	II	III
Produktbereich Bereichsplan	CEGI 2111	AH 21	BDFK 1112
Personal	3172	1965	2996
Fertigungsfläche	114.6	81.9	149.5
Finanzierungsmittel		146.7	
Grad der technol. Spezialisierung	5.12	4.0	4.38
Kosten		134.6	
Alternative 6	Produktionsstätte		
	I	II	III
Produktbereich Bereichsplan	EGI 111	AH 21	BCDFK 12112
Personal	3008	1965	3160
Fertigungsfläche	110.4	81.9	153.7
Finanzierungsmittel		146.7	
Grad der technol. Spezialisierung	5.1	4.0	4.91
Kosten		136.4	

Alternative 7 (Höchster Grad der technol. Spezialisierung)	Produktionsstätte		
	I	II	III
Produktbereich	DEGIK	BCH	AF
Bereichsplan	11112	121	12
Personal	3465	1685	3264
Fertigungsfläche	160.1	59.4	132.7
Finanzierungsmittel		146.0	
Grad der technol. Spezialisierung	4.79	7.83	7.1
Kosten		154.7	
Alternative 8	Produktionsstätte		
	I	II	III
Produktbereich	DEF	AH	BCGIK
Bereichsplan	112	21	12111
Personal	3464	1965	3242
Fertigungsfläche	132.1	81.9	125.6
Finanzierungsmittel		146.7	
Grad der technol. Spezialisierung	5.57	4.0	4.99
Kosten		184.2	

ANHANG H

Liste der Bezeichnungen

a) Modell für die Ermittlung der optimalen maschinellen Ausstattung für eine Fertigungslinie über die Lebensdauer eines Produkts (Kapitel 1).

Indizes:

$k=1,2,\dots,K$ Bezeichnung der Entscheidungsalternativen, z. B. Maschinen vom Typ k , Fremdfertigung, etc.
 $n=1,2,\dots,N$ Bezeichnung der Pfade durch die Fertigungslinie als Index, sonst P_n .
 $t=1,2,\dots,T$ Bezeichnung der Perioden im Planungszeitraum.

Entscheidungsvariable:

x_{kt} = Zahl der zu Beginn einer Periode t neu angeschafften Maschinen vom Typ k .
 z_{kt} = Zahl der während Periode t produktiv eingesetzten Maschinen vom Typ k .
 u_{nt} = Produktionsmenge, die während Periode t dem Pfad P_n zugewiesen wird.
 w_{kt}, w_k = Logische (0,1)-Variable, wobei w_{kt} (bzw. w_k) = 1, falls (in Periode t) die Entscheidungsalternative k (zum erstenmal) während des Planungszeitraums gewählt wird, w_{kt} (bzw. w_k) = 0 sonst.
 v_{kt} = Hilfsvariable, siehe Text.

Konstante Parameter:

a_k = Anschaffungskosten einer Maschine vom Typ k in DM.
 q_{kt} = Restwert einer Maschine vom Typ k am Planungshorizont, die zu Beginn der Periode t angeschafft wurde (in DM).
 f_k = Einmalig bei Entscheidung für Alternative k anfallende Kosten in DM.
 A_{kt} = Mittlere Auslastung der in Periode t produktiv eingesetzten Maschinen vom Typ k ($0 \leq A_{kt} \leq 1$).
 $c_k(A_{kt})$ = Aggregatsbezogene Betriebskosten für eine Maschine vom Typ k bei mittlerer Auslastung A_{kt} in Periode t in DM.
 s_{knt} = Schrottrate für Maschinen vom Typ k bei Einordnung in Pfad P_n in Periode t ($0 < s_{knt} \leq 1$).
 B_t = Produktionsprogramm in Periode t .
 R_{kn} = Bearbeitungszeit je Produkt auf einer Maschine vom Typ k bei Einordnung in Pfad P_n in Stunden.
 D_k = Produktive Laufzeit einer Maschine vom Typ k in Stunden.

γ_t = Diskontierungsfaktor
 $J_{kt}^{(1)} - J_{kt}^{(4)}$, C Zusammenfassung von Kostentermen.

b) Modell für die optimale Festlegung des Standortes für die Produktbereiche (Kapitel 5).

Indizes:

$k=1,2,\dots,K$ Bezeichnung der Produktionsstätten.

$i=1,2,\dots,I$ Bezeichnung der Produktbereiche.

$r=1,2,\dots,R_i$ Bezeichnung der alternativen Bereichspläne des Produktbereichs i .

Entscheidungsvariable:

x_{irk} = Logische (0,1)-Variable, wobei $x_{irk} = 1$, falls im Bezugsjahr der Produktbereich i bei Wahl des Bereichsplans r der Produktionsstätte k zugewiesen wird, $x_{irk} = 0$ sonst.

$y_{ik} = \sum_{r=1}^{R_i} x_{irk}$ Variablenzusammenfassung.

$z_{ir} = \sum_{k=1}^K x_{irk}$ Variablenzusammenfassung.

Konstante Parameter:

C_{ir} = Bereichsbezogene Produktionskosten des Bereichs i bei Wahl des Planes r über den Planungszeitraum in DM.

$\hat{C}_{ir} = C_{ir} - \min_r C_{ir}$ Differenzkosten zum kostengünstigsten Plan in DM.

P_k = Belegschaftsgröße des Werkes k im Bezugsjahr.

$P_k^{(0)}$ = Belegschaftsgröße des Werkes k zu Beginn des Planungszeitraums.

λ = Anteil des allgemeinen Stabs an der Gesamtbelegschaft ($\mu = \lambda / (1 - \lambda)$)

P_{ir} = Bedarf an Fertigungspersonal und technischem Stab für den Produktbereich i bei Wahl des Plans r im Bezugsjahr.

L = Kombiniertes Kostensatz für den allgemeinen Stab für Lohn-, Raum- und sonstige personalabhängige Kosten über den Planungszeitraum in DM.

S_k = Kostenanteil je Werk k , der den Grad an technologischer Spezialisierung widerspiegelt (in DM über den Planungszeitraum).

- A_{ijkl} = Kosten für interne Transporte zwischen den Produktbereichen i (in Werk k) und j (in Werk l) über den Planungszeitraum in DM.
- B_{ik} = Kosten für externe Transporte von Produktbereich i (in Werk k) zum Markt über den Planungszeitraum in DM.
- D_{irk} = Verlagerungskosten des Produktbereichs i nach Werk k bei Wahl des Plans r in DM.
- $J^{(1)}-J^{(6)}, C$ = Zusammenfassung von Kostentermen.
- q_{ir} = Bedarf an Fertigungsfläche für Produktbereich i im Bezugsjahr bei Wahl des Plans r in qm.
- f_{ir} = Bedarf an finanziellen Mitteln des Produktbereichs i über den Planungszeitraum bei Wahl des Plans r in DM.
- $\bar{P}_k, \underline{P}_k$ = Maximale bzw. minimale Begrenzung für die Belegschaft des Werks k im Bezugsjahr.
- $\bar{Q}_k$ = Maximale Begrenzung für den Bedarf an Fertigungsfläche des Werks k im Bezugsjahr in qm.
- $\bar{F}$ = Maximale Begrenzung für den Bedarf an finanziellen Mitteln über den gesamten Produktionsbereich und den gesamten Planungszeitraum in DM.
- s_{ijn} = Subjektive Bewertung für den Grad an technologischer Verträglichkeit zwischen den Produktbereichen i und j bezüglich des Kriteriums n.
- h_{in} = Gewichtungsfaktor für die Bedeutung des Kriteriums n.
- s_{ij} = Mittlere Verträglichkeitsziffer über alle Kriterien n.
- $\phi (S_k)$ = Grad der technologischen Spezialisierung des Werks k.
- $\hat{\phi}$ = Grad der technologischen Spezialisierung für das Werk mit der geringsten Spezialisierung.
- $\bar{\phi}$ = Mittlerer Grad der technologischen Spezialisierung über alle Werke.
- φ = Untere Grenze von $\hat{\phi}$ bzw. $\bar{\phi}$.

LEBENS LAUF

Am 21. März 1941 bin ich in München als Sohn des städtischen Verwaltungsbeamten Theodor Schober und seiner Ehefrau Irmingard Schober, geb. Becher, geboren. Nach dem Besuch der Dom-Pedro-Volksschule und der Rupprecht-Oberrealschule, beide in München, legte ich im Juli 1960 das Abitur ab. Anschließend studierte ich Mathematik und Wirtschaftswissenschaften an der Ludwig-Maximilians-Universität in München. Im Februar 1966 erwarb ich den Grad eines Diplom-Mathematikers. Ich bin seit 1970 mit der Studienassessorin Ingeborg Schober, geb. Wenzelburger, verheiratet.

Seit 1966 bin ich in einem Industrieunternehmen in Süddeutschland auf dem Gebiet der Unternehmensforschung und der langfristigen Planung tätig.

Franz Schober

